Sonderdruck aus „Vermessungstechnische Rundschau“ Nr. 9 + 10/62

Koordinatenumformung

mit der

Brunsviga Doppelrechenmaschine

Modell 183

von Prof. Dr.-Ing. Heinz Wittke, Goslar

Überreicht durch Olympia Werke AG · Wilhelmshaven

Koordinatenumformung mit der BRUNSVIGA 183

Von Prof. Dr.-Ing. Heinz Wittke, Goslar

Zusammenfassung

Sind Koordinaten von einem Altnetz (η, ξ) in ein Neunetz (y, x) zu transformieren, so kurbelt man η in das Umdrehungswerk U_η, ferner ξ in das Umdrehungswerk U_ξ ein. Die gesuchten Koordinaten y, x erscheinen dann in den Resultatwerken R_y und R_x und können daraus abgeschrieben werden. Eine einfache Probe sichert durchgreifend.

1. Die Maschine

Die Rechenmaschine BRUNSVIGA 183, Bild 1 und Bild 2, hat drei Einstellwerke E_l, E_m, E_r für die Umformungskonstanten a und o, zwei Umdrehungszählwerke U_η und U_ξ für die Altkoordinaten η, ξ, schließlich zwei Resultatwerke R_y und R_x im Schlitten für die gesuchten Koordinaten y und x. Der Schlitten kann entweder unter die Einstellwerke E_l (a), E_m ($-o$), oder unter die Einstellwerke E_m ($+o$), E_r (a) verschoben werden.

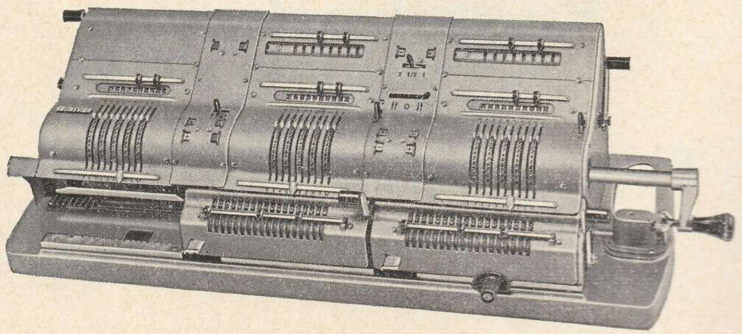


Bild 1. Ansicht der BRUNSVIGA 183.

Löschhebel, Rückübertragung

Mit L_1 kann U_ξ allein oder U_ξ mit E_r gemeinsam gelöscht werden, je nachdem Hebel S_1 auf . oder auf .. steht.

Für L_2 gilt Entsprechendes. Mit L_2 kann U_η allein oder U_η gemeinsam mit E_m gelöscht werden, je nachdem S_2 auf . oder auf .. steht.

Mit Löschhebel L_3 wird R_y, mit Löschhebel L_4 wird R_x gelöscht.

Mit dem Rückübertragungshebel R lassen sich alle drei E-Werke, also E_l, E_m, E_r löschen. Dabei können aus einem R-Werk in das darüberstehende E-Werk (auch mit Komma-Verschiebung) Zahlen rückübertragen werden; man zieht dazu R nach vorn und löscht dabei mit Löschhebel L_3 bzw. L_4. Zur Koordinatenumformung wird die Rückübertragung nicht benutzt.

Vorzeichenschaltung

Zur Vorzeichenschaltung stehen bereit zwei Wendeschalter W_1 und W_2, Bild 2, sowie die Ziffernfarben „weiß" und „rot" in den U-Werken.

Der Schalter W_1 wird für eine gegebene Transformationsaufgabe vorweg nur einmal eingestellt und bleibt also während des ganzen Rechenablaufs unverändert. Haben a und o dasselbe Vorzeichen, so kommt W_1 nach rechts (↓↑), was wir mit ──▶ symbolisieren. Haben a und o verschiedene Vorzeichen, so kommt W_1 nach links (↑↑), was wir mit ◀── symbolisieren.

Ist die Umformungskonstante a positiv (negativ), so wird in U die weiße (rote) Farbe benutzt. Negative Zahlen werden (in dieser vorgewählten Farbe) dekadisch eingestellt oder abgelesen.

Der Wendeschalter W_2 wird bei jeder Schlittenverschiebung umgelegt, entweder nach links ○── (↑↑) oder nach rechts ──○ (↓↑); seine Anfangsstellung ergibt sich aus der Schalttafel, Bild 3.

Der Einschalter Z, Bild 2, für die U-Werke schaltet entweder
mit ○── das linke U-Werk U oder
mit ──○ das rechte U-Werk U oder
mit ─○─ in Mittelstellung beide U-Werke ein.

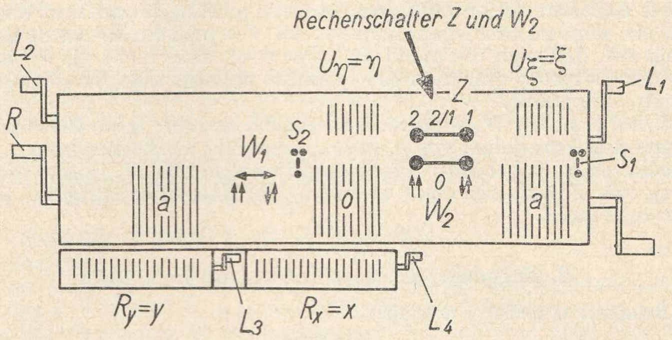


Bild 2. Rechenwerke und Schalthebel.

Die Mittelstellung ─○─ brauchen wir bei der Koordinaten-Umformung nicht.

Da W_2 und Z meist gemeinsam betätigt werden, haben wir für diese Schalter das Doppelsymbol ○──/○── bzw. ──○/──○ bzw. ○──/──○ bzw. ──○/○── vorgesehen.

Wir fassen die Rechenregeln in zwei Schalttafeln, Bild 3 Voreinstellung, Bild 4 Rechengang, zusammen.*)

Sind		so schalte	
a	o	U_η U_ξ	W_1
+	+	weiß	──▶
+	−	weiß	◀──
−	−	rot	──▶
−	+	rot	◀──
Negative Koordinaten werden in der gewählten Farbe dekadisch eingestellt oder abgelesen.			

Bild 3. Voreinstellung.

Sind		so schalte bei Schlitten	
a	o	links	rechts
+	+	○── ──○	──○ ○──
+	−	○── ○──	──○ ──○
−	−	○── ──○	──○ ○──
−	+	○── ○──	──○ ──○

Bild 4. Rechengang.

Andererseits kann man diese Regeln auch wie folgt ausdrücken:

1) Der obere Einschalter Z (für die U-Werke) zeigt immer die Schlittenstellung an. Das heißt: Steht der Schlitten links, so zeigt auch der Schalter Z nach links, und es läuft das linke U-Werk mit. Steht dagegen der Schlitten rechts, so zeigt auch der Schalter Z nach rechts, und es läuft das rechte U-Werk mit. (Eigentlich ist dieser Schalter überflüssig, wenn man ihn automatisch mit dem Schlitten koppeln würde, so daß dieser ihn steuert.)
2) Der untere Wendeschalter W_2 geht
in die gleiche Stellung wie Z, wenn die Vorzeichen von a und o verschieden sind,
in die entgegengesetzte Stellung von Z, wenn die Vorzeichen von a und o gleich sind.

*) Mit den Regeln, Bild 3 und 4, kann man auch a und o berechnen, wenn in den Überschriften statt a, o nunmehr $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ setzt und negative Δy bzw. Δx in U dekadisch eindreht (nach Kennemann.)

Diese Schalterstellungen schreibt man sich zweckmäßigerweise über die Spalten η und ξ des Rechenvordrucks, siehe unsere Beispiele.

Mit anderen Worten, können wir uns also merken:

Steht der Schlitten links, so läuft immer U_η; daher Z ○—;
steht der Schlitten rechts, so läuft immer U_ξ; daher Z —○.

Diese Arbeitsfunktion muß dem Rechner in Fleisch und Blut übergehen; er muß sie, ohne zu überlegen, beherrschen. Die meisten Rechenfehler treten dadurch auf, daß man die Schlitten verschiebt, aber nicht die Schalter umlegt; oder dadurch, daß man die Schalter umlegt, aber versehentlich den Schlitten stehen läßt.

Auf den Schalter W_2 muß man zusätzlich achten; seine Stellung richtet sich nach den Vorzeichen von a und o, siehe Bild 4 „Rechengang". Es kann also passieren, daß bei einer Transformationsaufgabe W_2 immer die gleiche Stellung wie Z hat, bei einer anderen Transformationsaufgabe entgegengesetzt zu Z steht.

2. Beispiele zur Koordinatentransformation

1. Beispiel: *a* positiv, *o* positiv.

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben)		Neusystem (gesucht)	
	η	ξ	y	x
P_1	+106,07	+191,64	16649,18	20887,95
A	+95,92	+100,12	gesucht	
E	+93,89	+290,75	gesucht	
P_2	+80,80	+252,62	16682,79	20944,81
Δ	$\Delta\eta =$ —25,27	$\Delta\xi =$ +60,98	$\Delta y =$ +33,61	$\Delta x =$ +56,86
Σ	$\Sigma\eta =$ +376,68	$\Sigma\xi =$ +835,13		

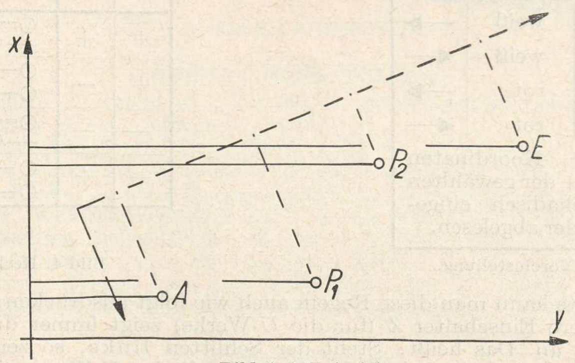


Bild 5. 1. Beispiel.

Wir haben einen allgemeinen Fall gewählt, bei dem die Koordinaten der gesuchten Punkte A, E sogar außerhalb der gegebenen Punkte P_1, P_2 liegen (Extrapolation). Im allgemeinen tritt dieser Fall selten auf; er umfaßt aber zugleich die Fälle der Interpolation, so daß wir dieses Beispiel hier bringen.

Formeln:

$$\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1; \quad \Delta\xi = \xi_2 - \xi_1; \quad \Delta y = y_2 - y_1; \quad \Delta x = x_2 - x_1. \qquad (1)$$

$$\sigma^2 = \Delta\eta^2 + \Delta\xi^2 = 4357{,}1333 \qquad (2)$$

$$a = (\Delta\eta \cdot \Delta y + \Delta\xi \cdot \Delta x) : \sigma^2 = +0{,}600853; \qquad (3a)$$

$$o = (\Delta\xi \cdot \Delta y - \Delta\eta \cdot \Delta x) : \sigma^2 = +0{,}800157. \qquad (3b)$$

$$\begin{aligned} y_0 &= y_1 - a \cdot \eta_1 - o \cdot \xi_1; \\ x_0 &= x_1 + o \cdot \eta_1 - a \cdot \xi_1; \end{aligned} \quad (4) \qquad \begin{aligned} y &= y_0 + a \cdot \eta + o \cdot \xi. \\ x &= x_0 - o \cdot \eta + a \cdot \xi. \end{aligned} \quad (5)$$

Probe:

$$\Sigma y = y_0 + (n-1) \cdot y_0 + a \cdot \Sigma\eta + o \cdot \Sigma\xi; \quad \Sigma x = x_0 + (n-1) \cdot x_0 - o \cdot \Sigma\eta + a \cdot \Sigma\xi \quad (6)$$

$$\Sigma y = y_1 + y_a + \ldots + y_e + y_2; \qquad \Sigma x = x_1 + x_a + \ldots + x_e + x_2. \quad (7)$$

In Formel (6) bedeutet n die Anzahl der im Altsystem gegebenen Punkte, einschließlich der Paßpunkte*); in unserem Falle sind die Punkte $P_1, A, \ldots E$, P_2 gegeben, also ist $n = 4$ und für die Formel (6) nunmehr $(n-1) = 3$.

Vorweg werden in bekannter Weise oder auch nach Abschnitt 3. „Berechnung der Umformungskonstanten" die Werte a und o nach (3a) (3b) berechnet. Nunmehr folgt die Umformung.

Rechengang: Komma U (2), E (6), R (8).

a) Voreinstellung.
Die Vorzeichen (+ +) von a und o bedingen nach Bild 3 (Schalttafel), daß
1) in den U-Werken die weißen Zahlen benutzt werden,
2) der Wendeschalter W_1 für den ganzen Rechenablauf unverändert nach rechts gestellt wird, also W_1 —▶.

b) Da a und o beide positiv sind, haben wir laut Schalttabelle, Bild 4, im Rechengang zu schalten:

Schlitten links $\substack{\circ\!-\!-\\ -\!-\!\circ}$, Schlitten rechts $\substack{-\!-\!\circ\\ \circ\!-\!-}$.

c) Negative Zahlen kommen dekadisch in die U-, bzw. R-Werke; in die E-Werke kommen die Absolutwerte der Umformungskonstanten a und o, siehe Bild 2.

Voreinstellung der Zahlen; Maschinenvorbereitung:

—▶ U_η (weiß) = +106,07 $\substack{\circ\!-\!-\\ -\!-\!\circ}$ U_ξ (weiß) = +191,64
$E_l =$ 0,600853 $E_m =$ 0,800157 $E_r =$ 0,600853
$R_y =$ 16649,18000000 $R_x =$ 20887,95000000

Berechnung der Koordinaten von P_2 (als Probe)

Wir verwandeln in U_η die Ordinaten $\eta_1 = 106{,}07$ in $\eta_2 = 80{,}80$ als ersten Rechenschritt. Dann wird der Schlitten nach rechts verschoben; die Rechenschalter werden auf $\substack{-\!-\!\circ\\ \circ\!-\!-}$ umgelegt; nun wird in einem zweiten Rechenschritt die Abszisse $\xi_1 = +191{,}64$ in $\xi_2 = +252{,}62$ umgekurbelt. Damit haben wir die (y, x)-Koordinaten von P_2 gefunden. Wir führen beide Rechenschritte nachfolgend mit allen Einzelheiten vor.

Erster Schritt: —▶ U_η (weiß) = 80,80 $\substack{\circ\!-\!-\\ -\!-\!\circ}$ U_ξ (weiß) = 191,64
$E_l =$ 0,600853 $E_m =$ 0,800157 $E_r =$ 0,600853
$R_y =$ 16633,99644469 $R_x =$ 20908,16996739

Zweiter Schritt: —▶ U_η (weiß) = 80,80 $\substack{-\!-\!\circ\\ \circ\!-\!-}$ U_ξ (weiß) = +252,62
$E_l =$ 0,600853 $E_m =$ 0,800157 $E_r =$ 0,600853
$R_y =$ 16682,79001855 $R_x =$ 20944,80998333.
Ergebnis: $y_2 = 16682{,}79$, $x_2 = 20944{,}81$.

Diese errechneten y_2, x_2 vergleichen wir mit den gegebenen y_2, x_2 (siehe Aufgabe); sie stimmen überein. Das bedeutet:

1) Wir haben a und o richtig errechnet,
2) die Altkoordinaten η, ξ sind richtig eingekurbelt,
3) die Schalthebel —▶; $\substack{\circ\!-\!-\\ -\!-\!\circ}$; $\substack{-\!-\!\circ\\ \circ\!-\!-}$ sind richtig bedient.

*) Herr W. Kennemann, Geod. Inst. Bonn läßt die Paßpunkte bei der Probe fort; seinen Rechengang und Aufschrieb haben wir als 7. Beispiel eingefügt.

Nach dieser Probe können wir nunmehr beliebig viele Punkte (100 Stück, 200 Stück usw.) vom Altsystem ins Neusystem transformieren; diese Transformation wird zum Schluß durch die Proben nach Gleichung (6) (7) abgesichert.

Berechnung weiterer Punkte

Wir führen wieder die Rechenwerke vor, lassen aber diesmal E_l, E_m, E_r fort, weil hier alles unverändert bleibt. Wir zeigen nur die Werke U_η, U_ξ; R_y, R_x sowie die Stellung der Rechenhebel.

Koordinaten von A.

Erster Schritt: U_η (weiß) $= +80{,}80$ U_ξ (weiß) $= +100{,}12$
$R_y = 16560{,}76607605$ $R_x = 20853{,}17990083$

Zweiter Schritt: U_η (weiß) $= +95{,}92$ U_ξ (weiß) $= +100{,}12$
$R_y = 16569{,}85097341$ $R_x = 20841{,}08152699$
Ergebnis aufschreiben: $y_a = 16569{,}85$, $x_a = 20841{,}08$.

Koordinaten von E:

Erster Schritt: U_η (weiß) $= +93{,}89$ U_ξ (weiß) $= +100{,}12$
$R_y = 16568{,}63124182$ $R_x = 20842{,}70584570$

Zweiter Schritt: U_η (weiß) $= +93{,}89$ U_ξ (weiß) $= +290{,}75$
$R_y = 16721{,}16517073$ $R_x = 20957{,}24645309$
Ergebnis aufschreiben: $y_e = 16721{,}17$, $x_e = 20957{,}25$.

Koordinaten von O (Nullpunkt des Altsystem).

Erster Schritt: U_η (weiß) $= +93{,}89$ U_ξ (weiß) $= 0{,}00$
$R_y = 16488{,}51952298$ $R_x = 20782{,}54844334$

Zweiter Schritt: U_η (weiß) $= 0{,}00$ U_ξ (weiß) $= 0{,}00$
$R_y = 16432{,}10543481$ $R_x = 20857{,}67518407$
Ergebnis aufschreiben: $y_0 = 16432{,}10543$, $x_0 = 20857{,}67518$.

Probe

Zur Probe über Gleichung (6) kurbeln wir noch die in der Aufgabe errechneten Summen $\Sigma\eta = +376{,}68$ und $\Sigma\xi = +835{,}13$ in U_η bzw. U_ξ ein (erster und zweiter Schritt, wie bisher); anschließend lassen wir noch die Produkte $(n-1)\cdot y_0$ und $(n-1)\cdot x_0$ dazulaufen (dritter und vierter Schritt). Als Ergebnis erhalten wir die Summen Σy und Σx, die wir noch auf einem zweiten Wege nach Gleichung (7) zur Probe errechnen.

Erster Schritt: U_η (weiß) $= +376{,}68$ U_ξ (weiß) $= 0{,}00$
$R_y = 16658{,}43474285$ $R_x = 20556{,}27204531$

Zweiter Schritt: U_η (weiß) $= +376{,}68$ U_ξ (weiß) $= +835{,}13$
$R_y = 17326{,}66985826$ $R_x = 21058{,}06241120$

Dritter Schritt: U_η, U_ξ löschen; alle E-Werke löschen; Schlitten nach links; Rechenschalter in diesem Fall, Komma U (3), E (5), R bleibt (8).
$W_1 \longleftarrow$ U_η (weiß) $= 0{,}000$ U_ξ (weiß) $= 0{,}000$
$E_l = y_0 = 16432{,}10543\ldots$ $E_m = x_0 = 20857{,}67518\ldots$
$R_y = 17326{,}66985826$ $R_x = 21058{,}06241120$

Vierter Schritt: Multiplikation mit $(n-1) = 3$, also 3,000 in U_η eindrehen.
U_η (weiß) $= 3{,}000$ U_ξ (weiß) $= 0{,}000$
$R_y = 66622{,}98614826$ $R_x = 83631{,}08795120$
Ergebnis aufschreiben: $\Sigma y = 66622{,}99$, $\Sigma x = 83631{,}09$.

Zur Probe bilden wir nochmals Σy und Σx durch Addition der gegebenen und errechneten Koordinaten (ohne P_0 und ohne P_Σ), also

	y	x
P_1	16649,18	20887,95
A	16569,85	20841,08
E	16721,17	20957,25
P_2	16682,79	20944,81
	$\Sigma y = 66622{,}99$	$\Sigma x = 83631{,}09$

Die Probe stimmt. Damit ist bewiesen, daß die Koordinaten der gesuchten Punkte (hier A und E) richtig berechnet und aufgeschrieben sind.
Wir haben alle Schritte gezeigt, die für die Transformation nötig sind.
Nachfolgend geben wir ein vereinfachtes Übungsschema, in dem wir alles fortgelassen haben, was im Rechengang unverändert bleibt, also auch die E-Werke. Auch die Zwischenwerte beim ersten Rechenschritt haben wir nicht aufgeschrieben.

Wir schreiben:

Komma U (2), E (6), R (8). Farbe weiß. $W_1 \longrightarrow$
Voreinstellung: U_η (weiß) $= +106{,}07$ U_ξ (weiß) $= +191{,}64$
$E_l = 0{,}600853$ $E_m = 0{,}800157$ $E_r = 0{,}600853$
$R_y = 16649{,}18000000$ $R_x = 20887{,}95000000$

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet

Punkt	η	ξ	y	x
P_1	+106,07	+191,64	16649,18	20887,95
A	+95,92	+100,12	16569,85	20841,08
E	+93,89	+290,75	16721,17	20957,25
P_2	+80,80	+252,62	16682,79	20944,81
Δ	—25,27	+60,98	+33,61	+56,86
P_Σ	+376,68	+835,13	66622,99	83631,09
P_0	0,00	0,00	16432,10543	20857,67518
		Probe:	$\Sigma y = 66622{,}98614\ldots$	$\Sigma x = 83631{,}08795\ldots$

Bild 6. Vordruck zur Koordinaten-Umformung.

Man braucht also nur noch
bei Schlitten links die Ordinaten η,
bei Schlitten rechts die Abszisse ξ
einzukurbeln und in R_y, R_x die gesuchten Koordinaten y, x abzulesen. Dabei ist selbstverständlich, daß man die Maschine anfangs richtig einstellt und zu jeder Schlittenstellung die Rechenschalter richtig bedient. Hat man hierbei Fehler gemacht, so wird dies durch die Probe (y_2, x_2) und Σy, Σx aufgedeckt. Bei langen Spalten mit vielen Punkten wird man die Summe gruppenweise, etwa immer über 10 Zeilen, bilden.

2. Beispiel. *a* positiv, *o* positiv; jedoch mit dekadischen Zahlen in U.

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben) η	ξ	Neusystem (gesucht) y	x
P_1	+6,07	+191,64	16649,18	20887,95
A	—4,08	+100,12	gesucht	
E	—6,11	+290,75	gesucht	
P_2	—19,20	+252,62	16682,79	20944,81
$\varDelta$	$\varDelta\eta = -25{,}27$	$\varDelta\xi = +60{,}98$	$\varDelta y = +33{,}61$	$\varDelta x = +56{,}86$
Σ	$\Sigma\eta = -23{,}32$	$\Sigma\xi + = 835{,}13$		

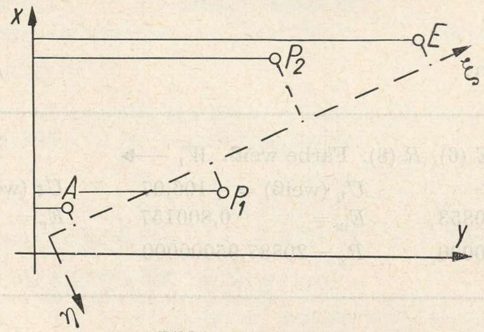


Bild 7. 2. Beispiel.

Nach den Erläuterungen zum 1. Beispiel können wir hier sogleich im Bild 8 den vereinfachten Vordruck bringen, der dem Bild 6 entspricht.

Komma U (2), E (6), R (8). Farbe weiß. W_1 ——▶
Voreinstellung: U_η (weiß) = + 6,07 U_ξ (weiß) = +191,64
E_l = 0,600853 E_m = 0,800157 E_r = 0,600853
R_y = 16649,18000000 R_x = 20887,95000000

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet.

Punkt	η ○—○	ξ —○ ○—	y	x
P_1	+6,07	+191,64	16649,18000000	20887,95000000
A	999995,92	+100,12	16569,85097341	20841,08152699
E	999993,89	+290,75	16721,16517073	20957,24645309
P_2	999980,80	+252,62	16682,79001855	20944,80998333
P_0	0,00	0,00	16492,19073481	20777,65948407
P_Σ	999976,68	+835,13	17146,41395826	21298,10951120
$\Sigma y, \Sigma x$		Probe:	66622,98614...	83631,08795...

Die hier errechneten Summen Σy und Σx werden zur Probe ein zweites Mal errechnet, wie oben gezeigt ist.

Bild 8. Vordruck zur Koordinaten-Umformung.

3. Beispiel. *a* negativ, *o* negativ.

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben) η	ξ	Neusystem (gesucht) y	x
P_1	+6,07	+191,64	16682,79	20944,81
A	—4,08	+100,12	gesucht	
E	—6,11	+290,75	gesucht	
P_2	—19,20	+252,62	16649,18	20887,95
$\varDelta$	$\varDelta\eta = -25{,}27$	$\varDelta\xi = +60{,}98$	$\varDelta y = -33{,}61$	$\varDelta x = -56{,}86$

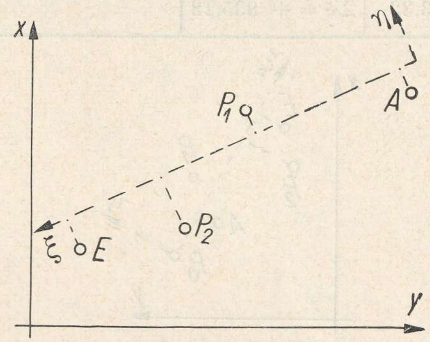


Bild 9. 3. Beispiel.

Nach den Erläuterungen zum 1. Beispiel können wir hier sogleich im Bild 10 den vereinfachten Vordruck bringen, der dem Bild 6 entspricht.

Komma U (2), E (6), R (8). Farbe rot. W_1 ——▶
Voreinstellung: U_η (rot) = +6,07 U_ξ (rot) = +191,64
E_l = 0,600853 E_m = 0,800157 E_r = 0,600853
R_y = 16682,79000000 R_x = 20944,81000000

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet.

Punkt	η ○—○	ξ —○ ○—	y	x
P_1	+6,07	+191,64	16682,79000000	20944,81000000
A	—4,08	+100,12	16762,11902659	20991,67847301
E	—6,11	+290,75	16610,80482927	20875,51354691
P_2	—19,20	+252,62	16649,17998145	20887,95001667
P_0	0,00	0,00	16839,77926519	21055,10051593
$\varDelta$	$\varDelta\eta = -25{,}27$	$\varDelta\xi = +60{,}98$	$\varDelta y = -33{,}61$	$\varDelta x = -56{,}86$
P_Σ	$\Sigma\eta = -23{,}32$	$\Sigma\xi = +835{,}13$	16185,55604174	20534,65048880
	plus $(n-1)$ mal y_0 (bzw. x_0)		16839,77926...	21055,10051...
		Probe:	Σy = 66704,89382...	Σx = 83699,95201...

Man überprüft diese Summen Σy und Σx durch Summation der gefundenen (y, x)-Koordinaten.

Bild 10. Vordruck zur Koordinaten-Umformung.

4. Beispiel. a **positiv,** o **negativ.**

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben) η	ξ	Neusystem (gesucht) y	x
P_1	+6,07	+191,64	16682,79	20887,95
A	—4,08	+100,12	gesucht	
E	—6,11	+290,75	gesucht	
P_2	—19,20	+252,62	16649,18	20944,81
Δ	$\Delta\eta$ = —25,27	$\Delta\xi$ = + 60,98	Δy = —33,61	Δx = +56,86
Σ	$\Sigma\eta$ = —23,32	$\Sigma\xi$ = + 835,13		

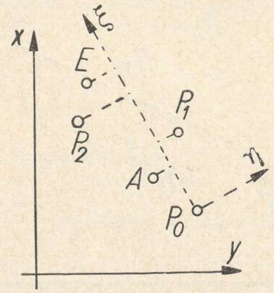


Bild 11. 4. Beispiel.

Nach den Erläuterungen zum 1. Beispiel können wir hier sogleich im Bild 12 den vereinfachten Vordruck bringen, der dem Bild 6 entspricht

Komma: U (2), E (6), R (8). Farbe weiß. W_1 ◄—

Voreinstellung: U_η (weiß) = +6,07 U_ξ (weiß) = +191,64

E_l = 0,990709 E_m = 0,140617 E_r = 0,990709

R_y = 16682,79000000 R_x = 20887,95000000

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet.

Punkt	η ○— ○—	ξ —○ —○	y	x
P_1	+6,07	+191,64	16682,79000000	20887,95000000
A	—4,08	+100,12	16685,60358164	20795,85314129
E	—6,11	+290,75	16656,78662569	20984,42635482
P_2	—19,20	+252,62	16649,17998418	20944,80998225
P_0	0,00	0,00	16703,72424432	20697,23717369
Δ	$\Delta\eta$ = —25,27	$\Delta\xi$ = +60,98	Δy = —33,61	Δx = +56,86
P_Σ	$\Sigma\eta$ = —23,32	$\Sigma\xi$ = +835,13	16563,18745855	21521,32795729
	plus (n—1) mal y_0 (bzw. x_0)		16703,72424...	20697,23717...
		Probe:	Σy = 66674,36017...	Σx = 83613,03946...

Bild 12. Vordruck zur Koordinaten-Umformung.

5. Beispiel. a **negativ,** o **positiv.**

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben) η	ξ	Neusystem (gesucht) y	x
P_1	+6,07	+191,64	16649,18	20944,81
A	—4,08	+100,12	gesucht	
E	—6,11	+290,75	gesucht	
P_2	—19,20	+252,62	16682,79	20887,95
Δ	$\Delta\eta$ = —25,27	$\Delta\xi$ = +60,98	Δy = +33,61	Δx = —56,86
Σ	$\Sigma\eta$ = —23,32	$\Sigma\xi$ = +835,13		

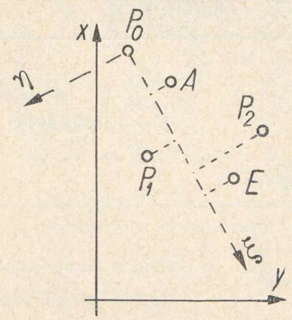


Bild 13. 5. Beispiel.

Nach den Erläuterungen zum 1. Beispiel können wir hier sogleich im Bild 14 den vereinfachten Vordruck bringen, der dem Bild 6 entspricht.

Komma U (2), E (6), R (8). Farbe rot. W_1 ◄—

Voreinstellung: U_η (rot) = +6,07 U_ξ (rot) = +191,64

E_l = 0,990709 E_m = 0,140617 E_r = 0,990709

R_y = 16649,18000000 R_x = 20944,81000000

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet.

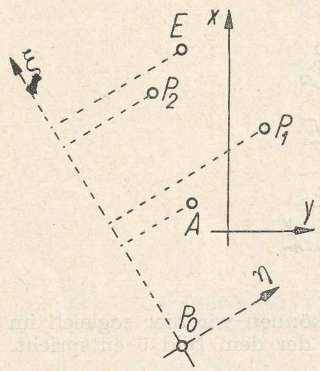
Punkt	η ○— ○—	ξ —○ —○	y	x
P_1	+6,07	+191,64	16649,18000000	20944,81000000
A	—4,08	+100,12	16646,36641836	21036,90685871
E	—6,11	+290,75	16675,18337431	20848,33364518
P_2	—19,20	+252,62	16682,79001582	20887,95001775
P_0	0,00	0,00	16628,24575568	21135,52282631
Δ	$\Delta\eta$ = —25,27	$\Delta\xi$ = +60,98	Δy = +33,61	Δx = —56,86
P_Σ	$\Sigma\eta$ = —23,32	$\Sigma\xi$ = +835,13	16768,78254145	20311,43204271
	plus (n—1) mal y_0 (bzw. x_0)		16628,24575...	21135,52282...
		Probe:	Σy = 66653,51979...	Σx = 83718,00050...

Bild 14. Vordruck zur Koordinaten-Umformung.

6. Beispiel. (Umkehrung des 2. Beispiels).
Umformung von Landeskoordinaten auf eine Meßlinie.
Dekadische Zahlen in den R-Werken.

Aufgabe

Punkt	Altsystem (gegeben) η	Altsystem (gegeben) ξ	Neusystem (gesucht) y	Neusystem (gesucht) x
P_1	16649,18	20887,95	+6,07	+191,64
A	16569,85	20841,08	gesucht	
E	16721,17	20957,25	gesucht	
P_2	16682,79	20944,81	—19,20	+252,62
Δ	$\Delta\eta = +33,61$	$\Delta\xi = +56,86$	$\Delta y = —25,27$	$\Delta x = +60,98$
Σ	$\Sigma\eta = 66622,99$	$\Sigma\xi = 83631,09$		



$\sigma^2 = 4362,6917$
$a = +0,600088; \quad o = —0,799138$

Bild 15. 6. Beispiel.

Komma U (2), E (6), R (8). Farbe weiß. W_1 ◄—

Voreinstellung: U_η (weiß) = 16649,18 U_ξ (weiß) = 20887,95

$E_l =$ 0,600088 $E_m =$ 0,799137 $E_r =$ 0,600088

$R_y =$ 6,07000000 $R_x =$ 191,64000000

Bemerkung: P_2 wird zur Probe vor A, E und P_0 berechnet.

Punkt	η ○— ○—	ξ —○ —○	y	x
P_1	16649,18	20887,95	6,07000000	191,64000000
A	16569,85	20841,08	...99995,92057015	100,11833723
E	16721,17	20957,25	...99993,89014102	290,75597103
P_2	16682,79	20944,81	...99980,80002786	252,61999825
Δ	+33,61	56,86	—25,27	+ 60,98
P_Σ	+66622,99	+83631,09	99979854,38902510	77778,96599829
P_0	0,00	0,00	+6707,43057131	...9974352,05610274
				=—25647,94389726
		Probe:	$\Sigma y = —23,31926...$	$\Sigma x = +835,13432...$

Bild 16. Vordruck zur Koordinatenumformung.

7. Beispiel = 1. Beispiel (nach Kennemann); a positiv, o positiv. Herr Kennemann (Geod. Inst. Bonn) läßt die Paßpunkte bei der Probe fort. Ich danke für seine Anregung und bringe nachfolgend seinen Aufschrieb, bezogen auf mein 1. Beispiel.

Punkt	Altsystem (gegeben) η	Altsystem (gegeben) ξ	Neusystem (gesucht) y	Neusystem (gesucht) x
	$\sigma^2 = 4357,1333$ $o =$ + 0,800157 ○— —○	$a =$ + 0,600853 d. h. Farbe weiß. W_1 —► —○ ○—		
P_1	+ 106,07	+ 191,64	16 649,18	20887,95
P_2	+ 80,80	+ 252,62	16 682,79	20944,81
Δ	$\Delta\eta = — 25,27$	$\Delta\xi = + 60,98$	$\Delta y = + 33,61$	$\Delta x = + 56,86$
P_0	0,00	0,00	*16 432,11*	*20 857,68*
A	+ 95,92	+ 100,12	*16 569,85*	*20 841,08*
E	+ 93,89	+ 290,75	*16 721,17*	*20 957,25*
	$\Sigma\eta = + 189,81$	$\Sigma\xi = + 390,87$	$\Sigma y = 33\,291,02$ Probe: *,016*	$\Sigma x = 41\,798,33$ *,328*

(Kursiv = berechnet)

Zur Probe für dieses Beispiel (s. S. 360)

Statt $\Sigma\eta = + 376,68$ und $\Sigma\xi = 835,13$

jetzt $\Sigma\eta = + 189,81$ und $\Sigma\xi = 390,87$ mithin

Erster Schritt: U_η (weiß) = + 189,81 ○—/—○ U_ξ (weiß) = 0,00

$R_y = 16546,15334274$ $R_x = 20705,79738390$

Zweiter Schritt: U_η (weiß) = + 189,81 —○/○— U_ξ (weiß) = + 390,87

$R_y = 16858,91070933$ $R_x = 20940,65279601$

Dritter Schritt: bleibt, jedoch

$R_y = 16858,91070933$ $R_x = 20940,65279601$

Vierter Schritt: Multiplikation mit $(n - 1) = 1$, also 1,000 in U_η eindrehen.

U_η (weiß) = 3,000 U_ξ (weiß) = 0,000

$R_y = 33291,01613933$ $R_x = 41798,32797601$

Ergebnis aufschreiben: $\Sigma y = 33291,016$ $\Sigma x = 41798,328$.

Zur Probe bilden wir nochmals Σy und Σx durch Addition der errechneten Koordinaten $(A \ldots E)$, also

	y	x
A	16569,85	20841,08
E	16721,17	20957,25
	$\Sigma y = 33291,02$	$\Sigma x = 41798,33$

3. Berechnung der Umformungskonstanten

Wir haben bisher die Umformungskonstanten a und o als bekannt vorausgesetzt; sie können mit einer Einzel-Maschine hintereinander nach den Gleichungen (3a) bzw. (3b) berechnet werden, was für die meisten Fälle genügt.

Darüber hinaus zeigt Glodny [2] einen Weg für die „Brunsviga 183“, der allerdings mehr Konzentration erfordert. Man rechnet

$$\sigma^2 = \Delta\eta^2 + \Delta\xi^2. \tag{2}$$

$$a = II_a : \sigma^2 \quad \text{mit} \quad II_a = (\Delta\eta \cdot \Delta y + \Delta\xi \cdot \Delta x) \tag{3c}$$

$$o = II_o : \sigma^2 \quad \text{mit} \quad II_o = (\Delta\xi \cdot \Delta y - \Delta\eta \cdot \Delta x). \tag{3d}$$

Vorzeichen und Drehsinn

Schalter W_1 immer auf ◀—

Ist		und ist							
$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta y+$; $\Delta x+$		$\Delta y-$; $\Delta x+$		$\Delta y-$; $\Delta x-$		$\Delta y+$; $\Delta x-$	
		so schalte und drehe bei Schlitten							
		links	rechts	links	rechts	links	rechts	links	rechts
+	+	↓↑	↑↑	↓↑	↓↓	↑↓	↓↓	↑↓	↑↑
+	—	↑↑	↓↑	↑↑	↑↓	↓↓	↑↓	↓↓	↓↑
—	—	↑↓	↓↓	↑↓	↑↑	↓↑	↑↑	↓↑	↓↓
—	+	↓↓	↑↓	↓↓	↓↑	↑↑	↓↑	↑↑	↑↓

Maschinenschema

1)

		„Δy“	(4)
$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\xi$	(4)
	I_a	I_o	(8)

2)

„Δx“	Δy		(4)
$\Delta\xi$	$\Delta\eta$	$\Delta\xi$	(4)
II_a	II_o		(8)

3)

	a	o	(6)
	σ^2	σ^2	(2)
	II_a „Null“	II_o „Null“	(8)

Hierin bedeuten

„ “ den einzukurbelnden Wert,

( ) die Kommastellung.

Man erhält also a in U_η und o in U_ξ.

4. Rechenproben

Unsere Rechenprobe mit einem Hilfspunkt P_0 und einem Summenpunkt $P\Sigma$ haben wir in den sechs Beispielen vorgeführt. Wir halten sie für einfach, übersichtlich und durchgreifend.

Weiterhin kann man durch Rücktransformation verproben. Man vertauscht also nach der 1. Berechnung Alt- mit Neusystem, berechnet neu a und o (Zahlen vergleichen, o wechselt das Vorzeichen) und transformiert zurück. So ist unser 6. Beispiel die Rücktransformation zum 2. Beispiel und damit eine Probe.

Glodny [2] bildet alle zweiten Koordinaten-Unterschiede. Man muß also die Koordinatenunterschiede

$$\Delta\eta_n = \eta_n - \eta_{n-1} \qquad \Delta y_n = y_n - y_{n-1} \tag{8}$$

$$\Delta\xi_n = \xi_n - \xi_{n-1} \qquad \Delta x_n = x_n - x_{n-1} \tag{9}$$

in jeder zweiten Zeile bilden und mit

$$\Delta y = a \cdot \Delta\eta + o \cdot \Delta\xi \tag{5a}$$

$$\Delta x = -o \cdot \Delta\eta + a \cdot \Delta\xi \tag{5b}$$

verproben.

Vorzeichen und Drehsinn

Schalter W_1 immer auf ◀—

Ist		und ist							
a	o	$\Delta\eta+$; $\Delta\xi+$		$\Delta\eta+$; $\Delta\xi-$		$\Delta\eta-$; $\Delta\xi-$		$\Delta\eta-$; $\Delta\xi+$	
		so schalte und drehe bei Schlitten							
		links	rechts	links	rechts	links	rechts	links	rechts
+	+	↓↑	↑↑	↓↑	↓↓	↑↓	↓↓	↑↓	↑↑
+	—	↑↑	↓↑	↑↑	↑↓	↓↓	↑↓	↓↓	↓↑
—	—	↑↓	↓↓	↑↓	↑↑	↓↑	↑↑	↓↑	↓↓
—	+	↓↓	↑↓	↓↓	↓↑	↑↑	↓↑	↑↑	↑↓

Maschinenschema

1)

	„$\Delta\eta$“	
a	o	a
$a \cdot \Delta\eta$	$-o \cdot \Delta\eta$	

2)

	$\Delta\eta$	„$\Delta\xi$“	
a	o	a	
$\Delta y =$	$a \cdot \Delta\eta$ $+o \cdot \Delta\xi$	$-o \cdot \Delta\eta$ $+a \cdot \Delta\xi$	$= \Delta x$

5. Andere Transformations-Aufgaben

Wir haben 6 Beispiele zur Koordinaten-Transformation gegeben. Weitere Transformationsaufgaben sind:

a) Kleinpunkte und Querpunkte; der Rechengang unterscheidet sich lediglich in der Berechnung von a und o.

b) Helmert-Transformation. Die Konstanten a und o werden durch Ausgleichung gefunden. Im übrigen ist die Transformationsrechnung die gleiche, wie in unseren Beispielen.

c) Affin-Transformation. Strinz-Plan. Konforme Abbildung. Berechnet werden Umformungskonstanten a und o nach besonderen Formeln; die Neu-Koordinaten y, x werden um v_y, y_x verbessert, wobei diese Zuschläge graphisch oder tabellarisch ermittelt werden. Zweckmäßig ist es, die Zuschläge v_y, x_x durch einen Zuschlag $v_z = (v_y + \frac{1}{2} v_x)$ zu verproben.

d) Konforme Abbildung. Da jede konforme Abbildung durch eine einzige komplexe Funktion $z = f(\zeta)$ dargestellt werden kann, haben die einzelnen Potenzen der dazugehörigen Taylor-Reihe den gleichen Aufbau, wie der lineare Teil der Drehstreckung. Man unterscheidet „Punktzahlen“ und „Bildzahlen“ [9], Seite 134, und [10].

e) Berechnung der Längs- und Querfehler beim Polygonzug, vgl. [9], S. 111, Fußzeilen im Formular.

f) Hansen'sche Aufgabe (Doppelpunkte). In einem Hilfssystem werden vorläufige Koordinaten der Neupunkte errechnet, die später zur Transformation in das Landessystem übertragen werden.

g) Einketten. Wie vor.

h) Schneisenaufgabe. Soll eine lange, undurchsichtige Gerade von einem Polygonzug abgesteckt werden, so transformiert man Zwischenpunkte der Geraden auf die Polygonseite und erhält damit Absteckmaße.

6. Rechengeschwindigkeit

Sind viele Punkte mit denselben Konstanten a und o zu transformieren, so rechnet die Brunsviga 183 sehr schnell. Man hat die neuen Koordinaten (y, x) in der gleichen Zeit gefunden, in der man die Umformung für elektronische Anlagen vorbereitet; Transport der Daten, Rückfragen fallen fort.

7. Schrifttum

[1] *Brunsviga-Maschinenwerke:* Brunsviga 183. VR 1954, S. 372–373.
[2] *Glodny, M.:* Umformung rechtwinkliger Koordinaten mit der Brunsviga 183. AVN 1956, S. 82–84.
[3] *Lütsch, F.:* Berechnung der Hauptpunkte eines Korbbogens ohne Winkel mit der Brunsviga 183. AVN 1955, S. 50–51.
[4] *Meier, H.:* Die neue Rechenmaschine Brunsviga 183 mit drei *E*-Werken. AVN 1954, S. 154–156.
[5] *Meier, H.:* Zur gruppenweisen Umformung von Gauß-Krüger-Koordinaten in den Nachbarstreifen. AVN 1955, S. 45–48, 77.
[6] *Wittke, H.:* Ein vorzeichentreuer Koordinaten-Umformer. AVN 1941, S. 274–283, 294–301.
[7] *Wittke, H.:* Rechenmaschine mit mehreren Einstell- und Antriebswerken, insbesondere für die Koordinatenumwandlung. Patentschrift DRP 747442 v. 23. 9. 1941.
[8] *Wittke, H.:* Brunsviga 183 — ein Koordinaten-Umformer. VR 1954, S. 191–194.
[9] *Wittke, H.:* Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik. 2. Aufl. Berlin (Wichmann) 1948.
[10] *Wittke, H.:* Massenweise Umrechnung Gauß-Krügerscher Koordinaten mittels Bildfeldern. Clausthal (Habilitationsschrift) 1949.