GEODÄTISCHES RECHNEN

Anleitung

für die

Brunsviga-Rechenmaschine Doppel 13Z

von

K. Schieferdecker

Hildesheim

2., umgearbeitete Auflage

Brunsviga Maschinenwerke AG., Braunschweig

Indignum enim est, excellentium virorum horas servili calculandi labore perire, qui Machina adhibita vilissimo cuique secure transcribi posset.

Leibnitz (1646–1717)

Unverständlich ist es, Stunden von Fachkräften zu vergeuden für einfachste Rechenarbeiten, die durch eine Rechenmaschine unbedenklich jedem Angelernten übertragen werden können.

GEODÄTISCHES RECHNEN

Anleitung

für die

Brunsviga-Rechenmaschine Doppel 13Z

von

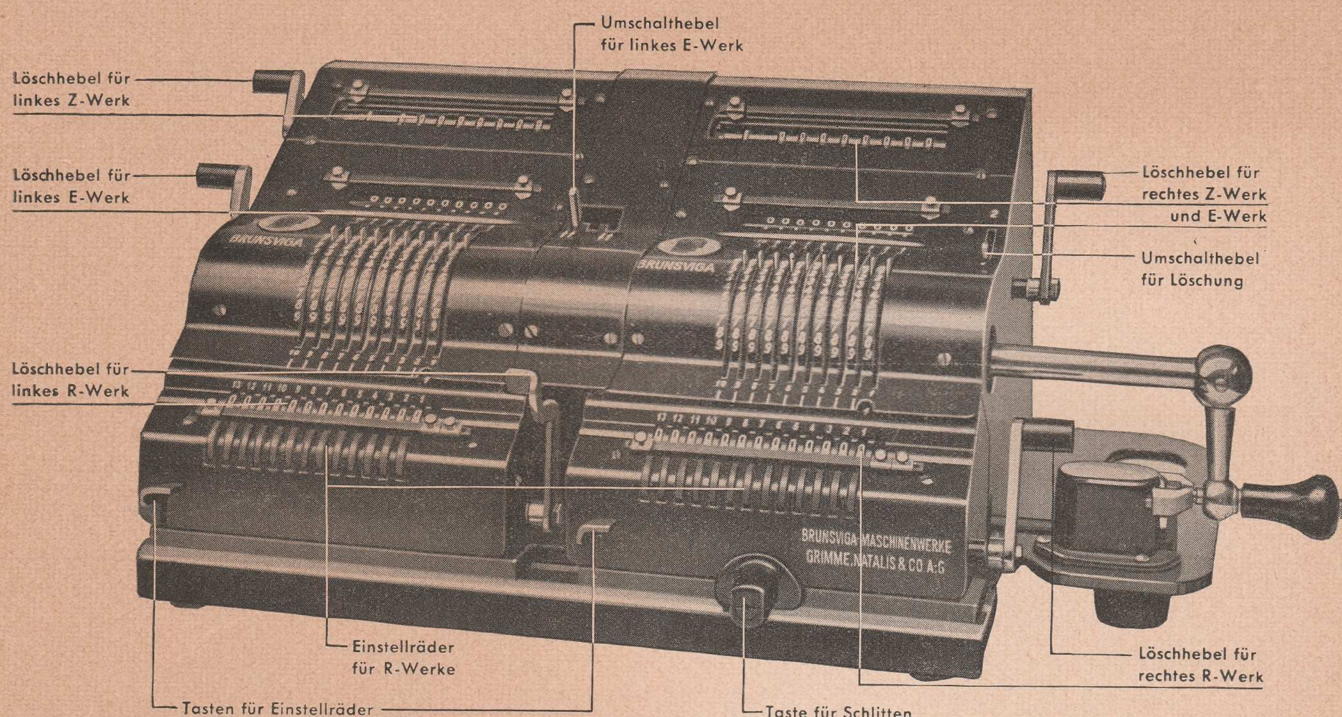
K. Schieferdecker

Hildesheim

2., umgearbeitete Auflage

Brunsviga Maschinenwerke AG., Braunschweig

Buchdruckerei Goebecke & Isenburg, Braunschweig



Vorwort.

Die 1. Auflage dieser Anleitung erschien im Jahre 1941. Sie fand vielfache Zustimmung, auch einige kritische Bemerkungen. Diese bezogen sich vorwiegend auf zwei Punkte:

1. Es wurde als Nachteil empfunden, daß die Anleitung nur für den Gebrauch der Doppelmaschine Brunsviga bestimmt ist.
2. Auf der Suche nach einer allgemeingültigen Methode, die dem Rechner die zu fordernden Rechenoperationen einfach, klar und eindeutig vermittelt, erschienen die hier gewählten, ausführlichen Vordrucke mit den bildhaften Rechenschemata, Vorzeichentafeln und anderen schematischen Hilfsmitteln mitunter als etwas zu umständlich.

Hierzu ist folgendes zu sagen:
Der Zweck dieser Anleitung war und ist, dem Benutzer der Brunsviga-Doppelmaschine zur Lösung vermessungstechnischer Aufgaben eine möglichst weitgehende Hilfe zu bieten. Solange es Rechenmaschinen verschiedener Konstruktionen gibt, wird eine spezielle und ausführliche Anleitung von Anfängern und Fortgeschrittenen auch weiterhin beifällig aufgenommen werden. Der Wunsch nach einer allgemeinen Anleitung ist inzwischen erfüllt worden durch das Buch von Wittke: „Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik", Berlin 1943, Verlag Wichmann.

Ein befriedigendes Verfahren zur Übertragung mathematischer Formeln in die Rechenmaschine so, daß sich die geforderten Rechenoperationen ohne Umstände richtig ausführen lassen, ist bisher noch nicht gefunden worden. Ein großes Hindernis bilden auch hier die verschiedenen Rechenmaschinenkonstruktionen. (Vgl. Allgem. Vermess. Nachr. 1942, S. 157 und 1943, S. 33). Deshalb ist das bildhafte Schema der fünf Rechtecke, die den fünf Werken der Doppelmaschine entsprechen, zusammen mit Vorzeichentafeln und sonst nötigen Erläuterungen beibehalten worden. Wenn die Vordrucke dadurch mitunter etwas überladen erscheinen, so ist doch zu bedenken, daß es die Hauptaufgabe aller Rechenvordrucke ist, den Rechner von der Kopfarbeit weitestgehend zu befreien und darüber hinaus möglichst auch solche Kräfte in die Lage zu versetzen, Rechnungen mechanisch auszuführen, für die sonst eine besondere mathematische Vorbildung vorausgesetzt werden muß. Hoffen wir, daß die baldige internationale Festlegung der mathematischen Bezeichnungen einen Mangel beseitigt, der fast jedem derartigen Lehrbuche von vornherein anhaftet.

Hildesheim, im November 1949

Schieferdecker

1. Vorbemerkungen

a) Die Maschine.

Die Brunsviga-Doppel-Rechenmaschine Modell D. 13Z/1 besteht aus zwei gekoppelten Rechenmaschinen mit gemeinsamem Umdrehungs-Zählwerk. Die Maschinen können gleichläufig (⋏⋏) oder gegenläufig (⋎⋏) geschaltet werden.

Die Resultatwerke und das Umdrehungs-Zählwerk werden einzeln gelöscht, die beiden Einstellwerke gemeinsam.

Ist ein linkes Z-Werk vorhanden, wie bei den Typen Brunsviga D 13Z/2 (s. Abb. 1) und D 13Z/18, so läßt sich dieses durch eine besondere Vorrichtung gegenläufig schalten. Die Gegenschaltung des rechten Z-Werkes wird dagegen nach dessen Löschung bei allen Typen beim Andrehen der Kurbel selbsttätig bewirkt und durch die Schiebedecke und die roten Ziffern sichtbar gemacht.

Einstellrädchen dienen zum direkten Einstellen von Ziffern in die Resultatwerke.

Die Maschine ist gebrauchsfertig, wenn sämtliche Werke auf Null stehen, keine roten Sperrzeichen sichtbar sind, und im Z-Werk das grüne Schauzeichen steht.

Kurbeldrehung: Vorwärts + Drehung = Multiplikation
Rückwärts − Drehung = Division

b) Die Darstellung der Rechenvorgänge.

Zu ihrer Klarlegung auf den Maschinen dient das nachstehende Schema. In ihm bedeuten entsprechend der Anordnung auf den Maschinen:

l	r
	Z W
E W	E W
R W	R W

l = linke Maschine, r = rechte Maschine } auch als Indizes

ZW = Umdrehungs-Zählwerk; z
EW = Einstellwerk; e
RW = Resultatwerk; r
} = die darin stehenden Werte mit den Indizes r und l für die Maschinen

Für die Hebelstellung gelten die Vorzeichenregeln unter Abschnitt d). Soweit sie angegeben werden kann oder muß, bezeichnet:

⋏⋏ ⋏⋏ Gleichschaltung } beider Maschinen
⋎⋏ ⋎⋏ Gegenschaltung
o⋏ o⋏ Abschaltung der linken Maschine

In den Rechenschemata sind
a die einzustellenden Werte (Buchstaben oder Zahlen) offen, d. h. ungeklammert (Einstellwerte),
!b! die während des Rechenvorganges einzukurbelnden oder zu beachtenden Werte zwischen Ausrufzeichen (Achtungswerte),
„c" die am Ende der Rechnung sich ergebenden Werte zwischen Anführungsstrichen (Ergebniswerte) dargestellt.

⊕ ⊖ Das aus der Berechnungsformel hervorgehende „Formel-Vorzeichen" (z. B. das Minus-Vorzeichen in der Formel x = a − b · c) ist in den „allgemeinen" (Buchstaben-) Schemata im Kreise angegeben. Seine Kombination mit dem (wechselnden) „Wert-Vorzeichen" des Rechenwerk-Wertes ergibt das „wirksame Vorzeichen", welches für die unter d) angegebenen Vorzeichenregeln gültig ist; es ist in den „speziellen" (Zahlen-) Schemata ebenfalls im Kreise angegeben.

(6) Ziffern in runden Klammern bezeichnen die Kommastellung, d. h. die rechts vom Komma abzuteilende Stellenzahl.

0,0 Die Nullstellung eines Werkes vor dem Rechengang wird, soweit angegeben, durch den Einstellwert 0,0 bezeichnet.

Voneinander abhängige, aufeinanderfolgende Rechengänge sind mit arabischen, verschiedene Lösungswege oder voneinander unabhängige Rechenvorgänge durch römische Ziffern unterschieden. 1. I.

Negative Zahlen in den R-Werken erscheinen dort als dekadische Ergänzungszahlen und sind als Einstellwerte in dieser Form auch einzustellen. 999327

Ein Gleichheitszeichen an der Stelle eines Einstellwertes bedeutet abgekürzt, daß der Wert eines vorhergegangenen Rechenganges für den nächsten als Einstellwert stehen bleibt. = = r

An Buchstaben sind im allgemeinen verwendet:
a für den Anfangspunkt } einer Messungslinie a
e für den Endpunkt e
f für den Fußpunkt eines Lotes auf eine (Messungs-) Linie f
n für einen Neupunkt. n

c) Kommaregeln.

Kommastellung im E-Werk
plus Kommastellung im Z-Werk
ergibt Kommastellung im R-Werk

(EW) + (ZW) = (RW)
oder (EW) = (RW) − (ZW)
und (ZW) = (RW) − (EW)

Die Kommastellung im Z-Werk gilt stets für beide Maschinen.
Bei Maschinen mit 2 Z-Werken ist die Kommastellung in beiden stets gleich.

d) Vorzeichen-Regeln.

1. Für die Schalthebel-Stellung:
   a. Gleichnamige, wirksame Vorzeichen in den E-Werken: Hebel ⋏⋏ (Gleichlauf)
   b. Ungleichnamige, wirksame Vorzeichen in den E-Werken: Hebel ⋎⋏ (Gegenlauf)
2. Für die Drehrichtung:
   a. Gleichnamige, wirksame Vorzeichen im rechten E- und Z-Werk: + Drehung
   b. Ungleichnamige, wirksame Vorzeichen im rechten E- und Z-Werk: − Drehung
3. Für die Ablesung des Z-Werkes demgemäß:
   a. Positive Vorzeichen im rechten E-Werk ergeben im (rechten) Z-Werk für weiße Ziffern positive Werte, rote Ziffern negative Werte. } d. h. in diesem Falle gilt im Z-Werk die Eigenfarbe
   b. Negative Vorzeichen im rechten E-Werk ergeben im (rechten) Z-Werk für rote Ziffern positive Werte, weiße Ziffern negative Werte. } d. h. in diesem Falle ist im Z-Werk mit der Gegenfarbe zu rechnen.

   Bei Maschinen mit zwei Z-Werken (Brunsviga D 13Z/2 und D 13Z/18) ist die Vorzeichenfarbe des linken Z-Werkes bei Gleichschaltung desselben mit der linken Maschine (linker Schaltknopf eingedrückt) genau entsprechend vom wirksamen Vorzeichen des linken E-Werkes abhängig. Bei Gegenschaltung (linker Schaltknopf herausgezogen) gilt jeweils die umgekehrte Farbe.

Zu 3) Im Z-Werk nach der Rechnung auftretende dekadische Zahlen sind in absolute umzuwandeln und mit dem entgegengesetzten Vorzeichen ihrer Farbe zu versehen. Beispiel: Erscheint nach einem Rechnungsgang (Gleichkurbeln) als aus dem Z-Werk zu entnehmendes Ergebnis „999973,89" in weißen Ziffern, so ist die Zahl −26,11, also negativ, wenn im rechten E-Werk ein positiver Wert steht, aber +26,11, wenn dieser negativ ist.

Selbstverständlich gelten die Vorzeichenregeln auch für Divisionen sowohl in der additiven wie in der subtraktiven Form auf der Einzelmaschine:

a) Additive Division: $x = \frac{a}{b}$; $b \cdot x = a$

„x"
b
!a!

b) Subtraktive Division: $x = \frac{a}{b}$; $a - b \cdot x = \text{Null}$

„x"
⊖ b
a !Null!

Bei Beachtung der Vorzeichenregeln, die nach ganz kurzer Zeit ohne besondere Einprägung geläufig sind, arbeiten die Maschinen völlig vorzeichentreu, und man könnte die meisten der zur Bequemlichkeit in den Vordrucken z. T. angebrachten, besonderen Vorzeichen- und Schalttafeln auch ohne weiteres fortlassen.

Die Ermittlung der wirksamen Vorzeichen für die in die E- und Z-Werke einzustellenden bzw. einzukurbelnden Zahlen nimmt man zweckmäßig noch vor deren Einstellung bzw. Einkurbelung vor und kennzeichnet sie durch mit + bzw. – bezeichnete Pappscheiben, die über die E- und Z-Werke zu legen sind, falls eine mechanische Einrichtung hierfür fehlt.

Wenn die Vorzeichen der E- und Z-Werke in dieser Weise gekennzeichnet sind, so sind Hebelstellung und Drehrichtung der Kurbel auf einen Blick zu entscheiden. Es können die folgenden Kombinationen vorkommen:

a) weiß +

	⊕
⊕	⊕

Hebel ↑↑; + Dreh.

b) rot –

	⊖
⊕	⊕

Hebel ↑↑; – Dreh.

c) rot +

	⊕
⊖	⊖

Hebel ↑↑; – Dreh.

d) weiß –

	⊖
⊖	⊖

Hebel ↑↑; + Dreh.

e) rot +

	⊕
⊕	⊖

Hebel ↓↑; – Dreh.

f) weiß –

	⊖
⊕	⊖

Hebel ↓↑; + Dreh.

g) weiß +

	⊕
⊖	⊕

Hebel ↓↑; + Dreh.

h) rot –

	⊖
⊖	⊕

Hebel ↓↑; – Dreh.

e) Konstanten.

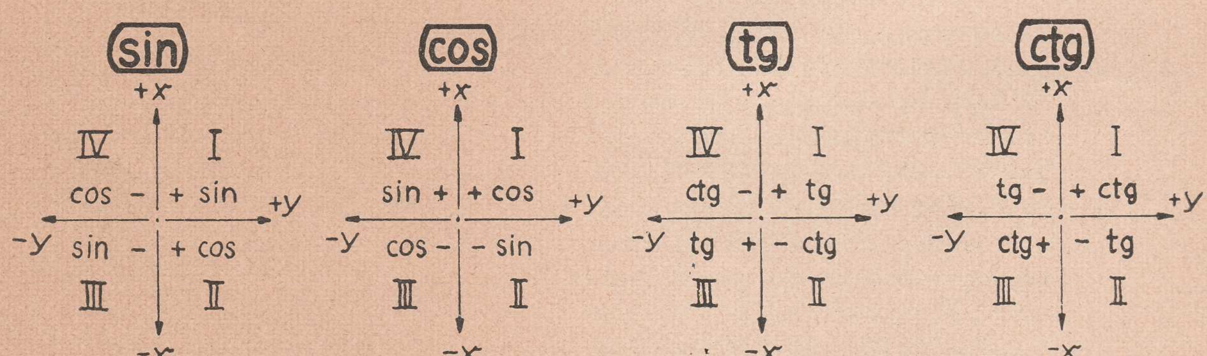
$\rho^\circ = 57{,}295780$ $\quad \rho^g = 63{,}661977236758$

$\rho' = 3437{,}746771$ $\quad \pi = 3{,}141592653589793$

$\rho'' = 206264{,}806247$

f) Vorzeichen und Werte der Winkelfunktionen

der um volle Rechte verminderten Winkel in den Quadranten des in der theoretischen Geodäsie und in den meisten deutschen Ländern üblichen Koordinatensystems.



2. Rechenübungen.

a) Gleichzeitige Multiplikation zweier Faktoren mit einem dritten.

Aufgabe: $x = a \cdot b$
$y = a \cdot c$

Lösung:

	!a!
b	c
„x"	„y"

Einstellen: b in das linke E-Werk
c in das rechte E-Werk;
Kurbeln: a in das Z-Werk;
Ergebnis: x im linken, y im rechten R-Werk.

Entsprechend der Vorzeichenregel S. 7 richtet sich die Hebelstellung nach den Vorzeichen von b und c; sind diese gleichnamig, dann ↑↑, sonst ↓↑.

1. Beispiel: $x = 0{,}477123 \cdot 27{,}28 = 13{,}02$
$y = 0{,}477123 \cdot 193{,}82 = 92{,}48$

Einstellen: ↑↑

	0,0 (6)
27,28 (2)	193,82 (2)
0,0 (8)	0,0 (8)

Ergebnis: ↑↑

	!0,477123!
27,28	193,82
„13,01591544"	„92,47597986"

+ Dreh.

2. Beispiel: $x = -13{,}48 \cdot +87{,}41 = -1178{,}29$
$y = -13{,}48 \cdot -27{,}37 = +368{,}95$

Einstellen: ↓↑

	(2)
⊕ 87,41 (2)	⊖ 27,37 (2)
(4)	(4)

Ergebnis: ↓↑

	⊖ !13,48! weiß
⊕ 87,41	⊖ 27,37
„999998821,7132"	„368,9476"

+ Dreh.

3. Beispiel: $x = -0{,}4581 \cdot -19{,}47 = +8{,}92$
$y = -0{,}4581 \cdot +56{,}32 = -25{,}80$
Hebelstellung ↓↑, – Drehungen,
im Z-Werk rote Ziffern.

b) Additive Division. Umkurbeln.

Aufgabe: $x = \frac{a}{c}$

$y = \frac{b}{c}$

Lösung: o↑

	„x, y"
	c
	!a, b!

Linke Maschine abschalten, nur mit der rechten arbeiten. c einstellen, a in das rechte R-Werk durch + Drehungen einkurbeln, ergibt x im Z-Werk. Darauf ohne vorherige Löschungen a im R-Werk in b umkurbeln, ergibt y im Z-Werk.

Die für x und y gewünschte Genauigkeit wird vor der Rechnung durch die Kommastellung im Z-Werk bezeichnet. Hiernach richtet sich, entsprechend der Kommaregel, die Kommastellung im R-Werk.

Beispiel: $x = \frac{190{,}83}{213{,}47} = 0{,}893943$ Für x und y ist eine Genauigkeit von 6 Stellen hinter dem Komma als notwendig angenommen.

$y = \frac{21{,}56}{213{,}47} = 0{,}100998$

Einstellen: o↑

	0,0 (6)
	213,47 (2)
	0,0 (8)

1) Ergebnis für x: o↑

	„0,893 943″	
	213,47	+ Dreh.
	!190,83001221!	

2) Ergebnis für y: o↑

	„0,100998″	
	213,47	
	= !21,56004306!	

c) Gleichzeitige Division und Multiplikation.

Aufgabe: $x = \frac{a \cdot b}{c}$

↑↑	a″ / „c
c	b
!a!	„x″

Auf der linken Maschine wird die Division ausgeführt und das Ergebnis gleichzeitig auf der rechten Maschine mit b multipliziert, so daß im R-Werk der rechten Maschine das gesuchte x erscheint.

Kommazeichen nach der allgemeinen Regel einstellen.

Die kleinere der beiden Zahlen des Zählers gehört immer in das rechte E-Werk.

Einstellen: c in das linke E-Werk
b in das rechte E-Werk

a in das linke R-Werk einkurbeln (+ Drehungen), ergibt x im rechten R-Werk.

1. Beispiel: $x = \frac{0{,}984371 \cdot 122{,}46}{27{,}53} = 4{,}3787$

Lösung: ↑↑	0,0 „4,4482″	
27,53	0,984371	+ Dreh.
0,0 !122,458946!	0,0 „4,3786790822″	

2. Beispiel: $x = \frac{0{,}98 \cdot 437{,}5354}{127{,}99} = 3{,}3501$

Lösung: ↑↑	0,0 „3,418512″	
127,99	0,98	+ Dreh.
0,0 !437,53535088!	0,0 „3,35014176″	

d) Gleichzeitige Addition, Division und Multiplikation mit einer Differenz.

Aufgabe: $x = a + \frac{b\,(c - d)}{e}$

↓↑	⊕ „$\frac{c-d}{e}$″	
⊖ e	⊕ b	+ Dreh. für c > d
c !d!	a „x″	– Dreh. für c < d

Die linke Maschine führt die Division aus, die rechte multipliziert diesen Wert gleichzeitig mit b und addiert das Ergebnis zu a, so daß im rechten R-Werk der Wert x steht.

Einstellen: e in das linke, b in das rechte E-Werk;
c in das linke, a in das rechte R-Werk.
c in d umkurbeln, ergibt x im rechten R-Werk.

Als Beweis, daß im Z-Werk nach dem Umkurbeln von c in d der Wert $\frac{c-d}{e}$ steht, dient folgendes: In $c - z \cdot e = d$ ist z die notwendige Anzahl der Kurbelumdrehungen, um c in d zu verwandeln. Denn von c wird auf der linken Maschine z mal der Wert e abgezogen, bis d im linken R-Werk erscheint. Aus $c - z \cdot e = d$ ergibt sich aber $z = \frac{c-d}{e}$.

1. Beispiel: $x = 231{,}48 + \frac{27{,}91 \cdot (19{,}88 - 11{,}25)}{34{,}66} = 238{,}43$

Einstellen: ↓↑	0,0 (6)
⊖ 34,66 (2)	⊕ 27,91 (2)
19,88 (8)	231,48 (8)

Umkurbeln: ↓↑	⊕ „0,248 990″ weiß	
⊖ 34,66	⊕ 27,91	+ Dreh.
!11,25000660!	„238,42931090″	

2. Beispiel: $x = 10{,}92 + \frac{87{,}54 \cdot (3{,}61 - 22{,}93)}{47{,}08} = -25{,}00$

Einstellen: ↓↑	0,0 (6)
⊖ 47,08 (2)	⊕ 87,54 (2)
3,61 (8)	10,92 (8)

Umkurbeln: ↓↑	⊖ „0,410365″ rot	
⊖ 47,08	⊕ 87,54	– Dreh.
!22,92998420!	„99974,99664790″	

e) Gleichzeitige Subtraktion, Division und Multiplikation mit einer Differenz.

Bis auf die Hebelstellung und die Drehrichtung der gleiche Rechnungsgang wie vorher.

Wenn man dabei das Minuszeichen in der Formel vor dem Bruchstrich als Formelvorzeichen des Einstellwertes b im rechten E-Werk berücksichtigt, ergeben sich die Vorzeichen in den E-Werken - auch aus dem Schema zu d) - beide als ⊖, wodurch die Gleichschaltung und auch die Gegenfarbe im Z-Werk bedingt sind. Diese beiden ⊖-Zeichen sind hier der Übersichtlichkeit halber fortgelassen.

Aufgabe: $x = a - \frac{b\,(c - d)}{e}$

↑↑	⊖ „$\frac{c-d}{e}$″	
e	b	– Dreh. für c > d
c !d!	a „x″	+ Dreh. für c < d

1. Beispiel: $x = 127{,}34 - \frac{22{,}98 \cdot (104{,}03 - 29{,}14)}{187{,}05} = 118{,}14$

Einstellen: ↑↑	0,0 (6)
187,05 (2)	22,98 (2)
104,03 (8)	127,34 (8)

Umkurbeln: ↑↑	⊕ „0,400374″ rot	
187,05	22,98	– Dreh.
!29,14004330!	„118,13940548″	

2. Beispiel: $x = 40{,}08 - \frac{398{,}72 \cdot (26{,}51 - 190{,}73)}{64{,}54} = 1054{,}61$

Einstellen: ↑↑	0,0 (6)
64,54 (2)	398,72 (2)
26,51 (8)	40,08 (8)

Umkurbeln: ↑↑	⊖ „2,544469″ weiß	
64,54	398,72	+ Dreh.
!190,73002926!	„1054,61067968″	

f) Das Gleichkurbeln.

Die mit verschiedenen Einstellungen in den R-, E- und Z-Werken versehene Maschine wird „gleichgekurbelt", wenn man nach bestimmter Schaltung durch Kurbeldrehungen dafür sorgt, in beiden R-Werken übereinstimmende Zahlen zu erhalten. Das Gleichkurbeln ist ein besonders wichtiger Rechenvorgang auf der Doppelmaschine, der bei der Lösung geodätischer Rechenaufgaben mehrfache Anwendung findet.

1. Aufgabe: $x = \frac{a + b}{c + d}$

Dieser Ausdruck kann auch in der Form:

$$x \cdot c + x \cdot d = a + b$$

oder $\quad x \cdot d - a = x \cdot (-c) + b$

geschrieben werden.

x läßt sich durch Gleichkurbeln berechnen.

Wir machen folgende Einstellung:

↓↑	„x"
⊕ d	⊖ c
⊖ a !r!	b !r!

Nach dem Gleichkurbeln beider R-Werke muß in beiden Maschinen die Zahl r stehen. Diese entsteht im linken R-Werk durch x-maliges Hinzufügen der Zahl d zu $-a$, im rechten durch x-maliges Abziehen der Zahl c von b.

Das heißt, im linken R-Werk ist:

$$r_l = -a + x \cdot d$$

im rechten $\quad r_r = b - x \cdot c,$

woraus folgt $\quad x \cdot d - a = x \cdot (-c) + b$

Der Wert r hat in diesem Falle für uns kein Interesse.

1. Beispiel: $x = \frac{4 + 10}{2 + 5} = \frac{14}{7} = 2$

In der Maschine:

↓↑	0,0	
⊕ 5	⊖ 2	— Dreh.
. . . 9996	10	

Hebelstellung ↓↑ entsprechend den Vorzeichen in den E-Werken.

Ergebnis:

	⊕ „2" rot
⊕ 5	⊖ 2
!6!	!6!

Für die verschiedenen Fälle der Wertvorzeichen von c und d gilt entsprechend der Vorzeichenregel folgende Tafel:

Wenn Wertvorzeichen von	dann wirks. Vorzeichen von	Daher Hebel:	im Z-Werk ist	d. h. es gilt die
c + d +	c — d +	↓↑	weiß — rot +	Gegenfarbe
c + d —	c — d —	↑↑	weiß — rot +	
c — d —	c + d —	↓↑	weiß + rot —	Eigenfarbe
c — d +	c + d +	↑↑	weiß + rot —	

2. Beispiel: $x = \frac{472{,}91 + 109{,}86}{298{,}89 - 402{,}17}$

Einstellung:

↑↑	0,0 (6)
⊖ 402,17 (2)	⊖ 298,89 (2)
99 527,090 000 00 (8)	109,860 000 00 (8)

Ergebnis:

	⊖ „5,642 622" weiß (6)	
⊖ 402,17 (2)	⊖ 298,89 (2)	+ Dreh.
!01 796,383 289 74! (8)	!01 796,383 289 58! (8)	

$$x = -5{,}6426$$

Wertvorzeichen von c = +, d = —, nach der zweiten Zeile der Tafel: Hebel ↑↑, gleichkurbeln durch + Drehungen, daher weiße Ziffern im Z-Werk, diese ergeben nach der Tafel einen negativen Wert.

Wichtig ist die erste r i c h t i g e Kurbeldrehung, andernfalls zurückdrehen und Z-Werk nochmals löschen.

In ähnlicher Weise läßt sich die allgemeine

2. Aufgabe $x = \frac{a - b}{c - d}$ lösen.

Es folgt $\quad x \cdot c - x \cdot d = a - b$

oder $\quad x \cdot d + a = x \cdot c + b$

In der Maschine:

↑↑	„x"
⊕ d	⊕ c
a !r!	b !r!

Für die verschiedenen Fälle der Vorzeichen von c und d gilt dann wieder entsprechend der Vorzeichenregel folgende Tafel:

Wenn wirks. Wertvorzeichen von	dann Hebel	Im Z-Werk ist	d. h. es gilt die
c + d +	↑↑	weiß + rot —	Eigenfarbe
c + d —	↓↑	weiß + rot —	
c — d —	↑↑	weiß — rot +	Gegenfarbe
c — d +	↓↑	weiß — rot +	

Beispiel:
$a = +22{,}42$
$b = -7{,}58$
$c = +1{,}74$
$d = -4{,}26$
ergibt: $\frac{+30{,}00}{+6{,}00} = +5{,}00$

In der Maschine:

↓↑	0,0 (2)	
⊖ 4,26 (2)	⊕ 1,74 (2)	+ Dreh.
22,42 (4)	. . 992,42 (4)	

Ergebnis:

↓↑	⊕ „5,00" weiß (2)
⊖ 4,26 (2)	⊕ 1,74 (2)
!1,1 200! (4)	!1,1 200! (4)

$$x = +5{,}00$$

g) Lösung zweier Gleichungen mit den Unbekannten y und x durch Gleichkurbeln der R-Werke:

$y = a \cdot x + b$
$y = c \cdot x + d$

Einstellung:

	„x"
⊕ a	⊕ c
b !y!	d !y!

Nach dem Gleichkurbeln beider R-Werke muß in diesen die gleiche Zahl r stehen. Sie entsteht im linken R-Werk durch x-maliges Hinzufügen von a zu b, im rechten R-Werk durch x-maliges Hinzufügen von c zu d, da x (= Anzahl der Kurbeldrehungen) für beide Maschinen gleich ist.

Also ist im linken R-Werk $r_l = b + x \cdot a$ (da b vorher im R-Werk eingestellt wurde)
im rechten R-Werk $r_r = d + x \cdot c$ (da d vorher im R-Werk eingestellt wurde).
d. h. aber $r_r = y = r_l$

Die Hebelstellung richtet sich nach den Vorzeichen von a und c; daraus ergibt sich entsprechend der Vorzeichenregel folgende Tafel:

Wenn das Wert- = wirks. Vorz. von	daher Hebel auf	im Z-Werk ist	d. h. es gilt wegen des wirks. Vorz. von c die
a + c +	↑↑	weiß + rot −	Eigenfarbe
a + c −	↓↑	weiß − rot +	Gegenfarbe
a − c −	↑↑	weiß − rot +	
a − c +	↓↑	weiß + rot −	Eigenfarbe

Negative Zahlen sind in den R-Werken mit dekadischer Ergänzung einzustellen. Die Richtung der Kurbeldrehung findet man nach kurzer Betrachtung der eingestellten Werte und der Hebelstellung. Die erste Kurbeldrehung muß im richtigen Sinne erfolgen, andernfalls zurückdrehen und das Z-Werk nochmals löschen.

1. Beispiel: $y = 2{,}9754\,x + 44{,}81$
$y = -0{,}7982\,x + 12{,}06$

Einstellung: ↓↑

	0,0 (4)
2,9754 (4)	⊖ 0,7982 (4)
44,81 (8)	12,06 (8)

Lösung: ↓↑

	„8,6787" weiß
2,9754	⊖ 0,7982
! 18,987 396 02 !	! 18,987 338 34 !

+ Dreh.

Ergebnis:
$x = -8{,}68$; $y = +18{,}99$

Nach der Vorzeichenregel (c negativ) oder der Tafel sind weiße Ziffern im Z-Werk negative Werte.

2. Beispiel: $y = -987\,x - 31074$
$y = -3075\,x - 11286$

Einstellung: ↑↑

	0,0 (6)
⊖ 987 (0)	⊖ 3075 (0(
9968926,0 (6)	9988714,0 (6)

Lösung: ↑↑

	⊕ „9,477011" rot (6)
⊖ 987 (0)	⊖ 3075 (0)
!9959 572,190 143 !(6)	!9959 572,191 175 !(6)

− Dreh.

Ergebnis:
$x = +9{,}48$; $y = -40427{,}81$

3a. Berechnung der Koordinaten von Kleinpunkten.

Die Koordinaten der Kleinpunkte werden zur Flächenberechnung aus Koordinaten, zur Kartierung oder zur Prüfung eines Messungsliniennetzes gebraucht. Kleinpunkte liegen in einer Geraden. Die Punkte (b), (c) und (d) der Abb. 2 sind Kleinpunkte.

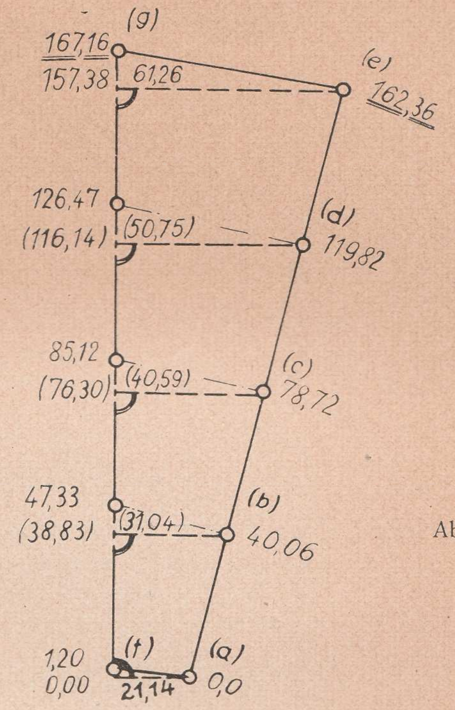


Abb. 2

Die Aufgabe (Abb. 2)

Das Grundstück (g), (e), (a), (f) ist in vier Teile geteilt worden. Von der als Messungslinie benutzten Seite $\overline{(f)\,(g)}$ aus sind nur die Endpunkte (a) und (e) rechtwinklig aufgemessen worden. Zur Flächenberechnung der Teilgrundstücke werden aber auch die Koordinaten der Kleinpunkte (b), (c) und (d) benötigt, und zwar bezogen auf die Messungslinie $\overline{(f)\,(g)}$ als x-Achse.

Gegeben sind also die Koordinaten der Punkte (a) und (e), ferner die Längen der zwischen den Kleinpunkten liegenden Strecken s_i.

Gesucht werden die Koordinaten der Kleinpunkte (b), (c) und (d).

Durchführung

1* In Spalte 5 des Vordruckes I Berechnung 1a werden die Punktbezeichnungen (a) bis (e) eingetragen. Die bekannten Punkte (a) und (e) werden durch Unterstreichen hervorgehoben.

2 Aus dem Feldbuch oder dem Riss werden die bekannten Koordinaten für (a) und (e) entnommen und in die Spalten 3 und 4 neben die betreffenden Punkte eingetragen. Bei Entnahme der Koordinaten ist zu beachten, daß alle Ordinaten rechts der Messungslinie (x-Achse) positiv, links negativ sind. Alle Abszissen sind oberhalb des Messungs-Anfangspunktes positiv, unterhalb negativ.

In unserem Beispiel sind alle Koordinaten der gegebenen Punkte positiv.

3 Die Koordinatenunterschiede $y_e - y_a$ und $x_e - x_a$ sind zu bilden und unterhalb der Koordinaten für (e) in die Spalten 3 und 4 des Vordruckes einzutragen.

*) Die hier angegebenen Ziffern bezeichnen im Vordruck die entsprechende Reihenfolge der Eintragungen.

In unserem Beispiel: $y_e - y_a = + 40{,}12$ also immer $y_{Ende} - y_{Anfang}$

$x_e - x_a = + 157{,}38$ und $x_{Ende} - x_{Anfang}$

4 In Spalte 2 werden die zwischen den Kleinpunkten liegenden Streckenlängen s_i eingeschrieben. Sie werden unmittelbar aus dem Feldbuch oder dem Riß durch Abziehen der vorhergehenden Messungszahl von der folgenden gewonnen.

Probe: Die Addition der Streckenlängen s_i muß die Gesamtlänge $\overline{(a)(e)} = [s]$ ergeben.

5 Zur Prüfung der Messung wird die Strecke S aus den Koordinaten von (a) und (e) berechnet. Sie ist

$$S = \sqrt{(y_e - y_a)^2 + (x_e - x_a)^2}$$

Der Wert S muß bis auf die durch Messung bedingten, unvermeidlichen Abweichungen mit der gemessenen Länge $\overline{(a)(e)} = [s]$ übereinstimmen.

In unserem Beispiel wird berechnet:

$S^2 = 40{,}12^2 + 157{,}38^2 = 26378{,}08$. Dieser Wert wird durch $[s] = \overline{(a)(e)} = 162{,}36$ dividiert. Da nicht S selbst, sondern nur die Abweichung d von $\overline{(a)(e)} = [s]$ interessiert, wird diese als die halbe Differenz zwischen dem Wert $S^2/[s] = 162{,}47$ und der Strecke $\overline{(a)(e)} = 162{,}36$ entnommen ($d = 0{,}05$). Die soeben nach der Näherungsformel $d \simeq {}^1/_2\left(\frac{S^2}{[s]} - [s]\right)$ berechnete Abweichung wird im Vordruck in Spalte 2 oben eingetragen. Ist der Wert im Z-Werk größer als der eingestellte, so ist die Differenz d positiv, sonst negativ. Sie wird durch die Art der Rechnung automatisch verteilt.

6 Die Werte o und a sind zu berechnen nach:

$$o = \frac{y_e - y_a}{[s]} \text{ (seitwärts)} \qquad \text{und} \qquad a = \frac{x_e - x_a}{[s]} \text{ (hoch)}$$

(Vergl. die Formelentwicklungen unter Abschnitt 6)

In unserem Beispiel: (entsprechend der Aufgabe b, Abschnitt 2, S. 9)

$$o = \frac{+\,40{,}12}{162{,}36} = +\,0{,}2471 \qquad a = \frac{+\,157{,}38}{162{,}36} = +\,0{,}9693$$

Wir begnügen uns für die Berechnung von o und a mit 4 Stellen hinter dem Komma. Die Ergebnisse werden in die Spalten 3 und 4 oben eingetragen. (Als Probe: $o^2 + a^2 = 1$)

Nach dem Vorschlag von Vermessungs-Inspektor Dusbach kann man während der Berechnung von o aus $\frac{y_e - y_a}{[s]}$ und a aus $\frac{x_e - x_a}{[s]}$ (Division durch Multiplikation!) auf der rechten Maschine gleichzeitig den Wert $\frac{S^2}{[s]}$ auf der linken Maschine erhalten.

Es ist

$$\frac{S^2}{[s]} = \frac{(y_e - y_a)^2 + (x_e - x_a)^2}{[s]}$$

$$= \frac{y_e - y_a}{[s]} \cdot (y_e - y_a) + \frac{x_e - x_a}{[s]} \cdot (x_e - x_a)$$

$$= o \cdot (y_e - y_a) + a \cdot (x_e - x_a)$$

In der Maschine:

1. Rechengang:

	0,0 „o"
$y_e - y_a$	[s]
0,0 „$o \cdot (y_e - y_a)$"	0,0 !$(y_e - y_a)$!

o entnehmen, Z-Werk und R-Werk rechts löschen, E-Werk links umstellen.

2. Rechengang:

	0,0 „a"
$x_e - x_a$	[s]
= „$\frac{S^2}{[s]}$"	0,0 !$(x_e - x_a)$!

7 Nach diesen Vorbereitungen werden die gesuchten Koordinaten mit der Doppelmaschine herausgekurbelt.

Einstellen:

	0,0
o	a
y_a	x_a

Multiplikation mit der ersten Strecke s_1 ergibt y_b und x_b

1.

	! s_1 !
o	a
„ y_b "	„ x_b "

Einstellung in den E- und R-Werken nicht löschen, mit der nächsten Strecke s_2 multiplizieren, ergibt y_c und x_c.

2.

	0,0 ! s_2 !
o	a
„ y_c "	„ x_c "

In dieser Weise wird weitergerechnet, bis im linken R-Werk y_e, im rechten x_e erscheinen. Diese Werte müssen, wenn die Rechnung stimmt, mit den bekannten Werten für y_e und x_e übereinstimmen.

Der Lauf der Maschinen wird durch die Vorzeichen von a, o und s (letzteres in den meisten Fällen positiv) entsprechend den Vorzeichenregeln zu Abschn. 1 d), bestimmt.

Wert- = wirks. vorzeichen von o	a	ergibt Hebelstellung	s + Drehsinn links	rechts	s − Drehsinn links	rechts	Im Z-Werk gilt wegen Vorzeichen von a die
+	+	$\uparrow\uparrow$	+	+	−	−	Eigenfarbe
+	−	$\downarrow\uparrow$	+	−	−	+	Gegenfarbe
−	−	$\uparrow\uparrow$	−	−	+	+	Gegenfarbe
−	+	$\downarrow\uparrow$	−	+	+	−	Eigenfarbe

In unserem Beispiel:

o und a, sowie alle Strecken s sind positiv. Daher müssen beide Maschinen gleichlaufend geschaltet und in der + Richtung gedreht werden.

Einstellen: $\uparrow\uparrow$

	0,0 (2)
0,2471 (4)	0,9693 (4)
21,14 (6)	0,0 (6)

Multiplizieren mit 40,06 ergibt:

1. $\uparrow\uparrow$

	! 40,06 !
0,2471	0,9693
„31,038826"	„38,830158"

$y_b = 31{,}04$ und $x_b = 38{,}83$

Nur Z-Werk löschen. Multiplizieren mit 38,66 ergibt:

2. $\uparrow\uparrow$

	0,0 ! 38,66 !
0,2471	0,9693
= „40,591712"	= „76,303296"

$y_c = 40{,}59$ und $x_c = 76{,}30$

Auf diese Weise wird weitergerechnet, bis man die Koordinaten für den Punkt (e) erhält:

$y_e = 61{,}259156$ $\qquad$ $x_e = 157{,}375548$

Diese Werte stimmen mit den anfänglich gegebenen überein. Damit ist erwiesen, daß die Rechnung richtig ist. Abschreibefehler von den R-Werken bleiben jedoch unbemerkt.

Will man sich auch hiergegen sichern, so muss man die Unterschiede $\triangle y_n$ und $\triangle x_n$ bilden (wobei man jeweils einen Punkt überspringen kann), und diese aus $\triangle y_n = o \cdot s_n$ und $\triangle x_n = a \cdot s_n$ nachrechnen.

Bei dem hier erläuterten Verfahren war nach 4 der Rechner gezwungen, bei fortlaufender Messung die Unterschiede zwischen den Messzahlen für die einzelnen Kleinpunkte zu bilden.

Diese Rechenarbeit läßt sich vermeiden, wenn man die Zahlen der fortlaufenden Messung für die Kleinpunkte aus dem Feldbuche oder dem Riss unmittelbar übernimmt (Siehe Anhang, Vordruck I, Beispiel 1a). Bei der Multiplikation ist dann jeweils die im Z-Werk stehende Zahl in die folgende umzukurbeln.

In unserem Beispiel (Vordr. I, Berechnung 1b):
Zunächst wird 40,06 in das Z-Werk gekurbelt, dann in 78,72 umgekurbelt usw. Bei diesem für die Rechenmaschine vollkommensten Verfahren ist besonders auf richtige Ausführung der Multiplikation zu achten. Wenn z. B. 40,06 versehentlich nicht in 78,72, sondern in 78,27 umgekurbelt wurde, sind die Koordinaten für c falsch berechnet, ohne daß der Irrtum am Schluß der Rechnung zu bemerken ist.

Literatur: Allgem. Verm. Nachr. 1942, Seite 104 bis 108. Dr. Wittkes Geod. Briefe 1.

3b) Berechnung der Koordinaten seitwärts gelegener Punkte.

Diese Aufgabe ist ein Sonderfall der Koordinatenumformung (siehe Abschnitt 6b) der jedoch herkömmlicherweise in dem etwas abgeänderten Vordruck für die Berechnung der Kleinpunktkoordinaten berechnet wird. (Siehe Vordruck II). Die Umformung geschieht vom System s_f, s in das System y, x.

Die Aufgabe (Abb. 3) Vordruck II

Von der Messungslinie $\overline{(1)(4)}$ sind die Punkte (2) und (3) rechtwinklig aufgemessen, von der Messungslinie 107,86 die Punkte (1) und (4).

Gesucht werden die Koordinaten der Punkte (2) und (3) bezogen auf die Messungslinie 107,86 als x-Achse.

Durchführung

1 In Spalte 5 des Vordruckes II (Nr. der Berechnung 2) die Punktbezeichnungen eintragen.

2 Die Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes im gesuchten System eintragen.

3 Die Koordinatenunterschiede $y_e - y_a$ und $x_e - x_a$ ($y_{Ende} - y_{Anfang}$ und $x_{Ende} - x_{Anfang}$), in unserem Beispiel also $y_4 - y_1$ und $x_4 - x_1$ bilden und unter dem Schlußstrich in die Spalten 3 und 4 eintragen (+ 28,71 und + 107,86).

4 Die Strecken aus dem Feldbuch oder dem Riss entnehmen.

In unserem Beispiel (Strecken in Richtung der Messungslinie sind mit s und den Punktbezeichnungen als Indizes, Lote entsprechend mit s_f bezeichnet): Zuerst die Strecke $s_{1,2}$ vom Anfangspunkt (1) bis zum Lot-Fußpunkt f_2 des Punktes (2) = 46,73 eintragen.

Darunter in Klammern den rechtwinkligen Abstand des Punktes (2) von der Messungslinie (Fußpunkt f_2), also $s_{f_2} = +\ 37,63$ setzen.

Da der Punkt (2) rechts der Messungslinie liegt, hat der Abstand das Vorzeichen +.

Die nächste, einzutragende Strecke $s_{2,3} = 15,58$ ist die Entfernung vom Fußpunkt (f_2) zum Fußpunkt (f_3) als Unterschied zwischen den Maßen 62,31 und 46,73 im Feldbuch. In Klammern darunter kommt der Abstand des Punktes (3) vom Punkte (2). Diese Entfernung beträgt $s_{f_2} = -\ 37,63$ bis zur Messungslinie und $s_{f_3} = -\ 22,77$ von der Messungslinie bis zum Punkt (3), zusammen also − 60,40.

Das Vorzeichen für diese Entfernung ist −, da der Rechenweg vom Punkt (2) zum Punkt (3) nach links führt.

Dann wird die Entfernung zwischen dem Fußpunkt (3) und dem Endpunkt (4) ermittelt. Sie beträgt $s_{3,4} = 111,58 - 62,31 = 49,27$. Darunter folgt in Klammern der Abstand des Punktes (3) vom Punkt (4). Er beträgt $s_{f_3} = +\ 22,77$, da der Rechenweg nach rechts führt.

Probe: Die Summe der Einzelstrecken s_i muß die Gesamtstrecke $[s] = \overline{(1)(4)}$ ergeben.

Ferner muß die Summe der Abstände $s_f = 0,0$ sein.

5 Den Unterschied d zwischen der gemessenen Strecke $\overline{(1)(4)}$ und der aus den Koordinatenunterschieden errechneten in Spalte 2 oben eintragen (Berechnung nach 5 auf Seite 16).

In unserem Beispiel ist d = + 0,04

6 o und a, wie unter 6, Seite 16 angegeben, berechnen.

In unserem Beispiel ist o = + 0,2573
und a = + 0,9667 } Probe $o^2 + a^2 = 1$

Diese Werte in die Spalten 3 und 4 oben eintragen, darunter in Klammern nochmals, aber vertauscht. (Die Entwickelung der Formeln nach Dr. Wittke, Geodätische Briefe 1, siehe unter Abschnitt 6).

7 Die den Lauf der Maschinen bestimmenden Vorzeichen können aus der Vorzeichentafel im Vordruck übernommen werden. Danach richten sich die ungeklammert einzutragenden Vorzeichen nach denen von o und a, wenn s positiv ist; sie sind entgegengesetzt, wenn s negativ ist. (Entsprechend den Vorzeichenregeln).

In unserm Beispiel:
o und a sind +. Da auch s stets + ist, sind die oberen, nicht eingeklammerten Vorzeichen sämtlich +.

Für die unteren, eingeklammerten Vorzeichen gilt der oberste Abschnitt der Vorzeichentafel. Das erste s_f ist +, daher sind die eingeklammerten Vorzeichen (+) und (−). Das zweite s_f ist −, daher gelten die Vorzeichen (−) und (+), usf.

8 Die Berechnung der Koordinaten:

	0,0 !s! (2)
o (4)	a (4)
y_1 „y_{f_2}" (6)	x_1 „x_{f_2}" (6)

1. Rechengang. Maschinen den Vorzeichen entsprechend schalten und mit s multiplizieren, Z-Werk löschen.

Neu einstellen:*	0,0 ! s_f !
a	⊖ o
= „y_2"	= „x_2"

2. Rechengang. Hierfür gelten alle Werte und Vorzeichen in Klammern. Maschinen entsprechend schalten und mit s_f multiplizieren, ergibt y_2 und x_2.

Zur Berechnung des Punktes (3) wählt man zuerst den zweiten, eingeklammerten Rechengang, da dann a und o in den E-Werken zunächst stehen bleiben können. Daher Z-Werk löschen und mit dem nächsten s_f multiplizieren. Dann erst a und o in den E-Werken vertauschen und mit dem nächsten s_i multiplizieren. In dieser Weise weiterrechnen, so daß man auf dem Rechenweg zum nächsten Punkt bzw. Fußpunkt jeweils zuerst in der Richtung fortschreitet, in der man den vorher errechneten Punkt erreicht hatte, bis zum Schluß die bereits eingetragenen Koordinaten des Endpunktes erscheinen.

Durch die vorherige Eintragung der den Lauf der Maschinen bestimmenden Vorzeichen im Vordruck ist der Rechner von der Beachtung der Vorzeichen der Strecken und der Verhältniszahlen o und a befreit.

Falls nur ein einziger seitwärts liegender Punkt umzuformen ist, müssen Eintragungen und Rechnung besonders sorgfältig ausgeführt werden, da Fehler sonst am Schluß der Rechnung unbemerkt bleiben können.

* Für die rasche Ausführung derartiger Vertauschungen der Einstellwerte werden die Brunsviga-Doppelmaschinen auch mit einer Schablonen-Einrichtung versehen.

In unserem Beispiel:

Berechnung der Koordinaten für Punkt (2)

1. Rechengang

	↑↑ 0,0 !46,73! (2)
0,2573 (4)	0,9667 (4) + Dreh.
9,50 „21,523629" (6)	0,00 „45,173891" (6)

Mit 46,73 multiplizieren, Z-Werk und E-Werke löschen.

2. Rechengang

Umstellen: ↓↑	0,0 !37,63! rot (2)
0,9667 (4)	⊖ 0,2573 (4) — Dreh.
21,523629 „57,900550" (6)	45,173891 „35,491692" (6)

Mit 37, 63 multiplizieren, ergibt $y_2 = + 57{,}90$ und $x_2 = + 35{,}49$.
Nur Z-Werk löschen.

Berechnung der Koordinaten für Punkt (3)

1. Rechengang

↓↑	0,0 ⊖!60,40! weiß (2)
0,9667 (4)	⊖ 0,2573 (4) + Dreh.
= .... (6)	= .... (6)

Mit — 60,40 multiplizieren, Z-Werk und E-Werke löschen.

2. Rechengang

Umstellen: ↑↑	0,0 !15,58! (2)
0,2573 (4)	0,9667 (4) + Dreh.
= „3,520604" (6)	= „66,093798" (6)

Mit 15,58 multiplizieren, ergibt $y_3 = + \ 3{,}52$ und $x_3 = + 66{,}09$.
Nur Z-Werk löschen.

Berechnung der Koordinaten für Punkt (4)

1. Rechengang

↑↑	0,0 !49,27! (2)
0,2573 (4)	0,9667 (4) + Dreh.
= .... (6)	= .... (6)

Mit 49,27 multiplizieren, Z-Werk und E-Werke löschen.

2. Rechengang

Umstellen: ↓↑	0,0 !22,77! rot (2)
0,9667 (4)	⊖ 0,2573 (4) — Dreh.
= „38,209534" (6)	= „107,864386" (6)

Mit 22,77 multiplizieren, ergibt $y_4 = 38{,}21$ und $x_4 = 107{,}86$
in Übereinstimmung mit den Sollwerten.

Weiteres Beispiel: Abb. 4

Der Rechenvorgang bei diesem Beispiel sei in Stichworten angegeben:

1. Punktbezeichnungen eintragen (Vordruck II, Berechnung Nr. 3).
2. Koordinaten für Anfang und Ende einschreiben.
3. Koordinaten-Unterschiede bilden.
4. Strecken s und s_f ermitteln:
   Von (6) nach (10): $s_{f_{10}} - 0{,}0 = - 14{,}30$ (Weg führt nach links)
   Von (10) nach (11): $s_{f_{11}} - s_{f_{10}} = + \ 0{,}26$ (Weg führt nach rechts)
   Von (11) nach (12): $s_{f_{12}} - s_{f_{11}} = + 19{,}79$ (Weg führt nach rechts)
   Von (12) nach (1): $0{,}0 - s_{f_{12}} = - \ 5{,}75$ (Weg führt nach links).
5. d berechnen.
6. o und a berechnen.
7. Das Vorzeichen von o ist —, von a +, s ist immer +. Daher entsprechen die Vorzeichen für den Maschinenlauf den Vorzeichen für o und a, also —; +.
   Die Vorzeichen für die eingeklammerten Werte können dem letzten Abschnitt der Vorzeichentafel entnommen werden.
8. Herauskurbeln der Koordinaten der gesuchten Punkte. Der Rechenweg ist im Vordruck II durch Pfeile gekennzeichnet.

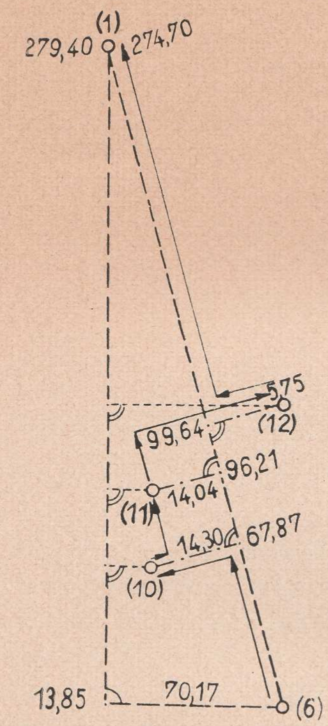


Abb. 4

Weiteres Beispiel: Abb. 5

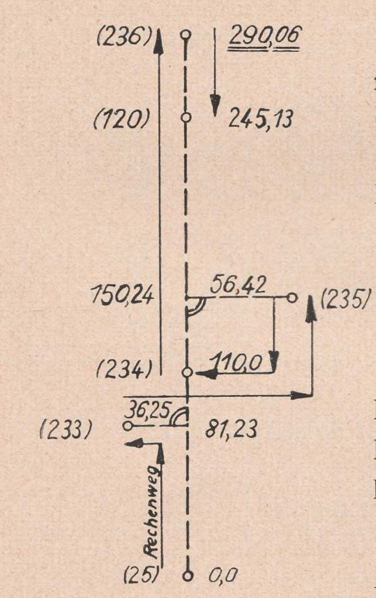


Abb. 5

Gegeben:

	y	x
(25)	— 4553,95	— 240,16
(120)	— 4695,46	— 40,16

ferner die in Abb. 5 eingetragenen Strecken.

Gesucht werden die Koordinaten von (233), (234), (235) und (236).

Lösung:

	y	x	d
(233)	— 4630,42	— 194,81	— 0,13
(234)	— 4617,45	— 150,41	
(235)	— 4594,65	— 85,01	
(236)	— 4721,40	— 3,50	

Der Rechenweg ist angegeben.

Die Strecken $s_{f_{233}}$, $s_{235,\,234}$ und $s_{236,\,120}$ sind negativ.

Literatur: Vergl. Allgem. Verm. Nachr. 1942, Seite 106 (Vordruck) und Seite 108, und Dr. Wittke, Geodät. Briefe 1.

Der Vordruck III ist für beide Rechnungsarten ohne Vorzeichentafel entworfen; seine Anordnung ist auch ohne Erläuterungen verständlich.

4. Berechnung von Höhe und Fußpunkt aus den Dreiecksseiten.

Siehe Vordruck IV.

Die Berechnung von h nach der Formel $h^2 = b^2 - \left[\frac{1}{2a}(a^2 + b^2 - c^2)\right]^2$ bereitet keinerlei Schwierigkeiten. Die Rechnung wird ohne Zwischenaufschreibungen bei gelegentlicher Entnahme von p durchgeführt. Der Näherungswert h′ wird aus einer Quadrattafel entnommen oder, falls diese ohne Interpolation ausreicht, sofort der richtige Wert h. Mit diesem wird dann zur Probe dividiert.

Zur Erklärung der Formel $h = \frac{1}{2}(h' + h'')$ sei folgendes angegeben:

Wir setzen $h = h' + d$, wobei h′ der aus der Quadrattafel entnommene Näherungswert von h ist, und d der Unterschied zwischen h und dem Näherungswert h′.

Hieraus folgt: $h^2 = h'^2 + 2h'd + d^2$

oder $2h'd = h^2 - h'^2 - d^2$

und $d = \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{h'} - h' - \frac{d^2}{h'}\right)$; das letzte Glied in der Klammer wird wegen seiner geringfügigen Größe vernachlässigt, so daß

$d \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{h'} - h'\right)$ übrigbleibt.

Setzen wir $\frac{h^2}{h'} = h''$ (Wert im Z-Werk), ferner $d = h - h'$ (aus der ersten Gleichung oben), so folgt:

$$h - h' \simeq \frac{1}{2}(h'' - h')$$

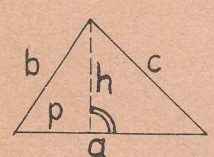
oder

$$h \simeq \frac{1}{2}h'' - \frac{1}{2}h' + \frac{2}{2}h'$$

und

$$h = \frac{h' + h''}{2}$$

Vordruck: IV Höhenberechnung im Dreieck mit Brunsviga Doppel 13 Z.



Gegeben: a, b, c $\qquad h^2 = b^2 - [\frac{1}{2a}(a^2 + b^2 - c^2)]^2$

Gesucht: p, h $\qquad h = \frac{1}{2}\cdot(h' + h'')$ (h′ = Näherungswert; $h'' = \frac{h^2}{h'}$)

a	157	52
b	176	68
c	76	03
p	159	50
h	76	01

1. ↑↑

	0,0 !b! (3)
b (3)	b (3)
„b^2“ (6)	„$r_1 = b^2$“ (6)

2. ○↑

	0,0 !a! (3)
	a (3)
b^2 (6)	r_1 „r_2“ (6)

3. ○↑

	0,0 !c! (3)
	⊖ c (3)
b^2 (6)	r_2 „r_3“ (6)

4. ○↑

	0,0 „p“ (3)
	⊖ 2a (3)
b^2 (6)	r_3 !Null! (6)

5. ↓↑

	p !Null!
p (3)	0,0
b^2 „h^2“ (6)	

6. ↑↑

	0,0 „h″“ (3)
h′ (3)	0,0
h^2 !Null! (6)	

5. Flächenberechnung aus Koordinaten.

Die Doppelmaschine ermöglicht die Inhaltsberechnung einer Fläche, deren Eckpunkte nach Koordinaten bekannt sind, und gleichzeitig ihre Kontrolle nach der bekannten Gauß'schen Formel. Sie lautet in etwas geänderter Form:

1.) $2F = \sum y_n \cdot x_{n-1} - \sum x_n \cdot y_{n-1}$ und

2.) $2F = -\sum y_n \cdot x_{n+1} + \sum x_n \cdot y_{n+1}$

(Literatur: Dr. Wittke, Geodät. Briefe 2)

Der gleiche Flächeninhalt wird nach der ersten Formel auf der linken, nach der zweiten Formel auf der rechten Maschine berechnet. Vorteilhaft ist hierbei, daß unmittelbar von den gegebenen Koordinatenwerten ausgegangen werden kann, ohne daß vorher Koordinatenunterschiede gebildet werden müssen.

Entsprechend den Angaben im Vordruck wird der Flächeninhalt in zwei Abschnitten berechnet: Im ersten sind sämtliche Ordinaten der Reihe nach mit den einzustellenden „vorhergehenden“ bzw. „folgenden“ Abszissen zu multiplizieren; im zweiten sämtliche Abszissen mit den „vorhergehenden“ bzw. „folgenden“ Ordinaten. Am Ende der fehlerfrei durchgeführten Rechnung muß in beiden R-Werken übereinstimmend der doppelte Flächeninhalt stehen. Der Maschinenlauf richtet sich nach den Vorzeichenregeln. (Vergl. Abschnitt 1 d). Ist z. B. das erste einzustellende „vorhergehende“ x positiv, das „folgende“ ebenfalls, so muß das linke E-Werk positiv, das rechte, entsprechend der Forderung der Rechenformel, negativ arbeiten.

1. Beispiel: Der Flächeninhalt der Abb. 6 mit den (rechtsläufig zu beziffernden) Eckpunkten (1) bis (5) ist zu berechnen. Die gegebenen Koordinaten lauten (Vordruck V, 1. Beispiel):

	y	x
(1)	61 794,48	76 123,93
(2)	61 831,09	76 330,51
(3)	62 065,23	76 624,16
(4)	62 304,37	76 285,78
(5)	62 004,59	76 097,88

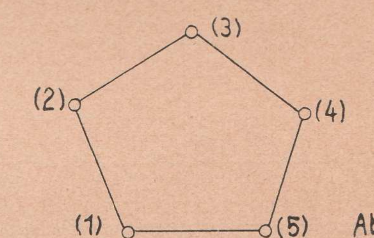


Abb. 6

Es empfiehlt sich, zu dem Vordruck eine Maske wie die als Buchzeichen angehängte zu verwenden, so daß nur die jeweils gebrauchten Werte sichtbar sind. Die Koordinaten des letzten Punktes sind zu diesem Zweck vor denen des ersten sowie die des ersten Punktes nach denen des letzten nochmals eingetragen.

Gleiche Ziffern von links nach rechts abwerfen.

I. Rechengang

1. Einstellung: ↓↑

	⊕ !1794,48! (2)	
⊕ 97,88 (2)	⊖ 330,51 (2)	− Dreh.
0,0 „.....“ (4)	0,0 „.....“ (4)	

2. Einstellung: ↓↑

	⊕ !1831,09! (2)	
⊕ 123,93 (2)	⊖ 624,16 (2)	− Dreh.
= „.....“ (4)	= „.....“ (4)	

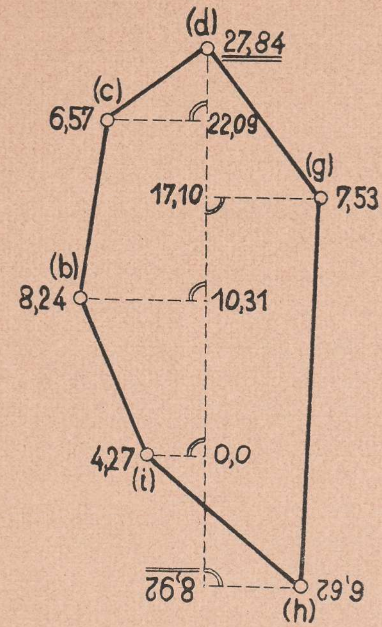
weiter bis zur 5. Einstellung, dann

II. Rechengang

1. Einstellung: ↓↑

	⊕ 123,93 (2)	
⊖ 2004,59 (2)	⊕ 1831,09 (2)	+ Dreh.
= „.....“ (4)	= „.....“ (4)	

u. s. w. bis zur 5. Einstellung.



2. Beispiel:

Der Flächeninhalt der Abb. 7 ist zu berechnen (Vordruck V, 2. Beispiel).

Ordinaten rechts der Messungslinie positiv,
links der Messungslinie negativ.
Abszissen oberhalb des Nullpunktes positiv,
unterhalb des Nullpunktes negativ.

Abb. 7

I. Rechengang

1. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊖ !4,27! (2)	
⊖ 8,92 (2)	⊖ 10,31 (2)	+ Dreh.
0,0 „ r_{l_1} " (4)	0,0 „ r_{r_1} " (4)	

2. Einstellung: o↑

	0,0 ⊖ !8,24! (2)	
0,00 (2)	⊖ 22,09 (2)	+ Dreh.
= „ r_{l_2} " (4)	= „ r_{r_2} " (4)	

3. Einstellung: ↓↑

	0,0 ⊖ !6,57! (2)	
⊕ 10,31 (2)	⊖ 27,84 (2)	+ Dreh.
= „ r_{l_3} " (4)	= „ r_{r_3} " (4)	

4. Einstellung unterbleibt,
da hier y = 0,0 ist.

5. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊕ !7,53! (2)	
⊕ 27,84 (2)	⊕ 8,92 (2)	+ Dreh.
= „ r_{l_5} " (2)	= „ r_{r_5} " (4)	

6. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊕ !6,62! (2)	
⊕ 17,10 (2)	⊕ 0,00 (2)	+ Dreh.
= „ r_{l_6} " (4)	= „ r_{r_6} " (4)	

II. Rechengang

1. Einstellung unterbleibt,
da hier x = 0,0 ist.

2. Einstellung: ↓↑

	0,0 ⊕ !10,31! (6)	
⊕ 4,27 (2)	⊖ 6,57 (2)	— Dreh.
= „ r'_{l_2} " (4)	= „ r'_{r_2} " (8)	

3. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊕ !22,09! (2)	
⊕ 8,24 (2)	⊕ 0,00 (0)	+ Dreh.
= „ r'_{l_3} " (4)	= „ r'_{r_3} " (4)	

4. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊕ !27,84! (2)	
⊕ 6,57 (2)	⊕ 7,53 (2)	+ Dreh.
= „ r'_{l_4} " (4)	= „ r'_{r_4} " (4)	

5. Einstellung: o↑

	0,0 ⊕ !17,10! (2)	
0,00 (2)	⊕ 6,62 (2)	+ Dreh.
= „ r'_{l_5} " (4)	= „ r'_{r_5} " (4)	

6. Einstellung: ↑↑

	0,0 ⊖ !8,92! (2)	
⊖ 7,53 (2)	⊖ 4,27 (2)	+ Dreh.
= „769,3106" (4)	= „769,3106" (6)	

6a) Koordinatenumformung.

Die Aufgabe
Abb. 8a
Vordruck VI

Gegeben sind die Koordinaten der Punkte (11) bis (16) im System Y X und die Koordinaten der Punkte (11) und (16) im System y x.
Gesucht werden die Koordinaten der Punkte (12) bis (15) im System y x.

Durchführung

(1) Eintragen der Punktbezeichnungen im Vordruck VI. Die Bezeichnungen für die in beiden Systemen bekannten Punkte müssen am Anfang bezw. Schluß stehen.

(2) Eintragen der gegebenen Koordinaten

u. (3) (Vorzeichen beachten: Ordinaten links der x (X)-Achse und
Abszissen unterhalb des Nullpunktes negativ).

(4) Bildung der Koordinatenunterschiede der Endpunkte der Messungslinie $\overline{(11)(16)}$.

$$Y_e - Y_a = +\ 4{,}70$$
$$X_e - X_a = +\ 39{,}97$$

(5) sowie

$$y_e - y_a = +\ 13{,}50$$
$$x_e - x_a = +\ 38{,}00$$

(6) Bildung der Koordinatenunterschiede der Punkte (12) bis (15) im System Y X (folgender Wert minus dem vorhergehenden) und Aufrechnung ihrer Summe zur Probe.

(7) Mit der rechten Maschine
$S^2 = (Y_e - Y_a)^2 + (X_e - X_a)^2 = 1619{,}69$
berechnen. Meist genügt für die Berechnung von o und a der Wert ohne Dezimalen.

Zur Probe:

$$S = \sqrt{1619{,}69} = 40{,}25 \text{ und}$$
$$s = \sqrt{(y_e - y_a)^2 + (x_e - x_a)^2} = 40{,}33$$

Beide Werte müssen bis auf die durch die Messung bedingte Abweichung übereinstimmen. Die Abweichung wird durch die Umformungsrechnung automatisch verteilt.

(8) Berechnung von a und o (5- oder 6-stellig)

$$a = \frac{(y_e - y_a)(Y_e - Y_a) + (x_e - x_a)(X_e - X_a)}{S^2}$$

$$= \frac{r_{l_2}}{S^2};\ (r_{l_2} = 1\,582{,}310)$$

$$o = \frac{(y_e - y_a)(X_e - X_a) - (x_e - x_a)(Y_e - Y_a)}{S^2}$$

$$= \frac{r_{r_2}}{S^2};\ (r_{r_2} = 360{,}995)$$

Über die Ableitung der Formeln nach Dr. Wittke, Geodät. Briefe 3, siehe S. 27.

$$a = +\ 0{,}976922$$
$$o = +\ 0{,}222879$$

a und o können mit der Doppelmaschine gleichzeitig berechnet werden. Beim dritten Rechengang ist jedes der R-Werke für sich auf Null zu kurbeln (auch wenn r_{l_2} oder r_{r_2} negativ, d. h. als dekadische Ergänzung in den R-Werken erscheinen). Vergleiche das Kastenschema im Vordruck.

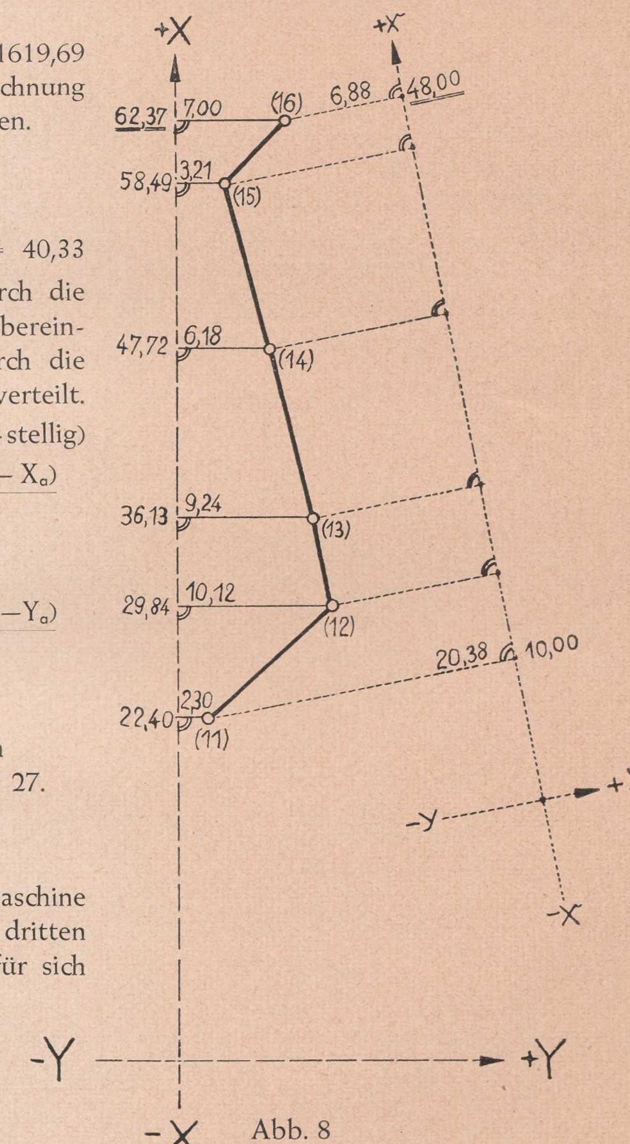


Abb. 8

⑨ Probe: $a \cdot (Y_e - Y_a) + o \cdot (X_e - X_a) = y_e - y_a$

⑩ Die den Lauf der Maschinen bestimmenden Vorzeichen aus der Vorzeichentafel entnehmen und im Vordruck eintragen.

⑪ Koordinatenberechnung entsprechend dem im Vordruck angegebenen Kastenschema: Einstellen der Anfangskoordinaten y_a, x_a in die R-Werke und von a und o in die E-Werke, Multiplikation mit dem ersten Ordinatenunterschied $\triangle Y$, dann nach Vertauschung von a und o mit dem ersten $\triangle X$. Die Hebelstellung und Drehrichtung der Kurbel richten sich nach dem oben eingetragenen Vorzeichen. Verzichtet man auf die vorherige Eintragung der Vorzeichen, so müssen die Vorzeichen von a und o unter Beachtung der im Kastenschema angegebenen berücksichtigt werden. Es ist jedoch zu empfehlen, die Vorzeichen nach der Vorzeichentafel vorher einzutragen, um von jedesmaligen Überlegungen über Drehrichtung und Hebelstellung während der Koordinatenberechnung entbunden zu sein.

Um die lästige Vertauschung von a und o einzuschränken, ist nach Entnahme der ersten Koordinaten aus den R-Werken im weiteren Verlauf der Koordinatenrechnung zunächst der zweite Rechengang und dann der erste anzuwenden. Eine Hilfe hierfür bildet die in der ersten Vordruckspalte angegebene Rechenleitlinie.

Des weiteren ist zu empfehlen, die Werte von o und a auf schmale Zettel zu schreiben und diese über die Einstellwerke zu legen, wodurch die Einstellungen erleichtert werden, sofern die Maschine nicht mit der Schabloneneinrichtung für diesen Zweck versehen ist.

6b) Koordinatenumformung für seitwärts gelegene Kleinpunkte.

Eine Vereinfachung für die Berechnung der Umformungskoordinaten a und o tritt ein, wenn die Rechenachse (x-Achse) durch 2 bekannte Punkte geht, beispielsweise von (11) nach (16) der Abbildung 8. Man spricht dann von der Koordinatenumformung für seitwärts gelegene Kleinpunkte (Siehe auch Abschnitt 3 b).

Es ist dafür die Bedingung, daß

$$x_e - x_a = S$$

und $\quad y_a = y_e$

Es wird

$$a = \frac{X_e - X_a}{S}$$

und $o = -\dfrac{Y_e - Y_a}{S}$

An der Rechnungsweise ändert sich sonst nichts.

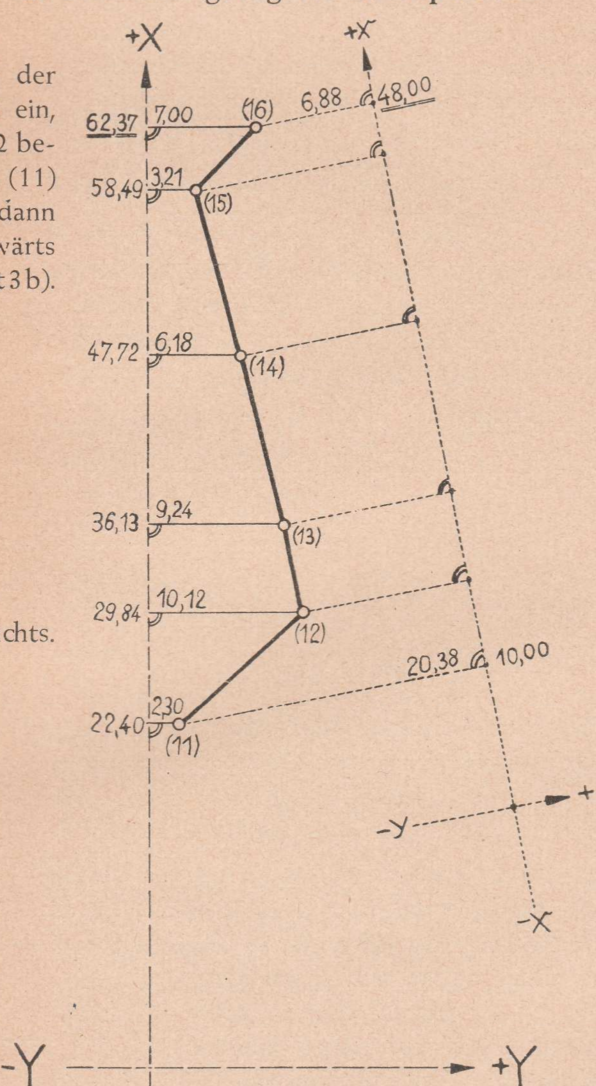


Abb. 8 (wiederholt)

Anmerkung zu Abschnitt 6.

Entwicklung der Formeln für die Umformungskonstanten o und a.

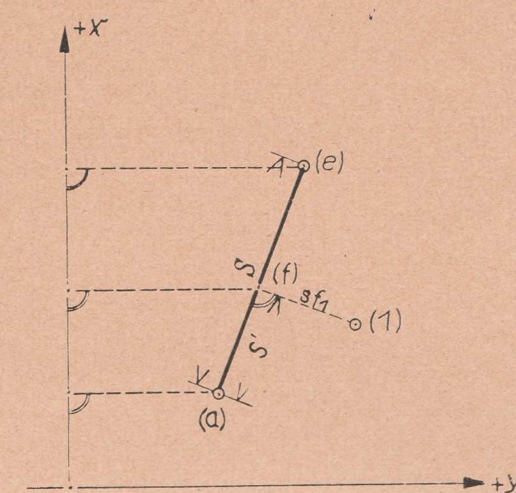


Fig. 1

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= y_f + (y_1 - y_f) \\ x_1 &= x_f + (x_1 - x_f) \end{aligned}\right\} \text{ nach Fig. 1}$$

Es verhält sich:

$$\frac{y_e - y_a}{S} = \frac{y_f - y_a}{S'} = o \text{ oder } y_f = o \cdot S' + y_a$$

und

$$\frac{x_e - x_a}{S} = \frac{x_f - x_a}{S'} = a \text{ oder } x_f = a \cdot S' + x_a$$

d. h. die Koordinaten von (f) werden als Kleinpunkte berechnet.

Weiter verhält sich:

$$\frac{y_1 - y_f}{x_e - x_a} = \frac{s_{f1}}{S} \text{ oder } y_1 - y_f = a \cdot s_{f1}$$

$$\text{und } \frac{-(x_1 - x_f)}{y_e - x_a} = \frac{s_{f1}}{S} \text{ oder } x_1 - x_f = - o \cdot s_{f1}$$

Daraus ergibt sich: $y_1 = y_a + o \cdot S' + a \cdot s_{f1}$

und $\quad x_1 = x_a + a \cdot S' - o \cdot s_{f1}$

Setzen wir statt des Systems S_f, S das System Y, X, so ergeben sich die allgemeinen Umformungsgleichungen in Koordinatenunterschieden ausgedrückt:

$$\triangle y = o \cdot \triangle X + a \cdot \triangle Y$$

$$\text{und } \triangle x = a \cdot \triangle X - o \cdot \triangle Y,$$

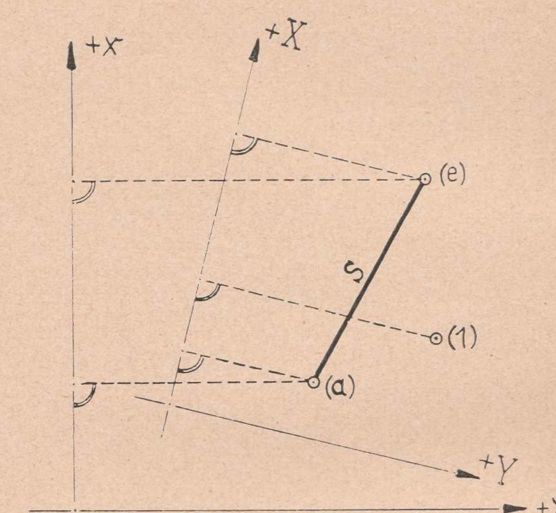


Fig. 2

sie gelten auch für die Punkte (a) und (e) der Fig. 2, wie ein Vergleich veranschaulicht.

Sie dienten oben zur Berechnung der Unbekannten $\triangle y$ und $\triangle x$

Da diese Größen aber in dem 2. Falle bekannt sind: $\triangle y = y_e - y_a$

$\triangle x = x_e - x_a$

und auch $\triangle Y = Y_e - Y_a$

sowie $\triangle X = X_e - X_a$,

so können wir aus den beiden allgemeinen Umformungsgleichungen die Umformungskonstanten für unseren Fall ausrechnen.

Wir multiplizieren die erste Gleichung mit $\triangle X$, die zweite mit $\triangle Y$

und erhalten:

$$\triangle X \cdot \triangle y = o \cdot \triangle X \cdot \triangle X + a \cdot \triangle X \cdot \triangle Y$$

$$\text{und } \triangle Y \cdot \triangle x = a \cdot \triangle Y \cdot \triangle X - o \cdot \triangle Y \cdot \triangle Y$$

$$\text{nach Subtraktion } \triangle X \cdot \triangle y - \triangle Y \cdot \triangle x = o \cdot (\triangle X^2 + \triangle Y^2)$$

und da $\triangle X^2 + \triangle Y^2 = S^2$ ist (siehe Fig. 2), so folgt:

$$o = \frac{\triangle X \cdot \triangle y - \triangle Y \cdot \triangle x}{S^2}$$

Analog erhalten wir durch Multiplikation der ersten Gleichung mit $\triangle Y$ und der zweiten mit $\triangle X$, sowie anschließender Addition schließlich für:

$$a = \frac{\triangle Y \cdot \triangle y + \triangle X \cdot \triangle x}{S^2}$$

7. Die Berechnung der Koordinaten von Polygonpunkten.

(Streckenzüge.)

Die Aufgabe
Abb. 9
Vordruck VII.

Zwischen den Polygonpunkten 42 und 77 zweier vorhandener Streckenzüge ist ein neuer Zug mit den Punkten 92, 93 und 94 gelegt, deren Koordinaten zu berechnen sind.

Gegeben:

	y	x
⊙ 42	63 072,30	77 239,82
⊙ 77	62 578,53	77 378,04

Die Anschlußrichtungen:

$t_{43}^{42} = 397^g{,}8074$

$t_{77}^{76} = 295^g{,}2135$

Die Strecken:

42–92	233,22 m
92–93	69,34 m
93–94	112,65 m
94–77	133,43 m

Die Brechungswinkel β:

42	$104^g{,}7713$
92	$221^g{,}9568$
93	$174^g{,}7948$
94	$257^g{,}3093$
77	$138^g{,}5450$

Gesucht werden die Koordinaten für die neuen Polygonpunkte ⊙⊙ 92' 93 und 94.

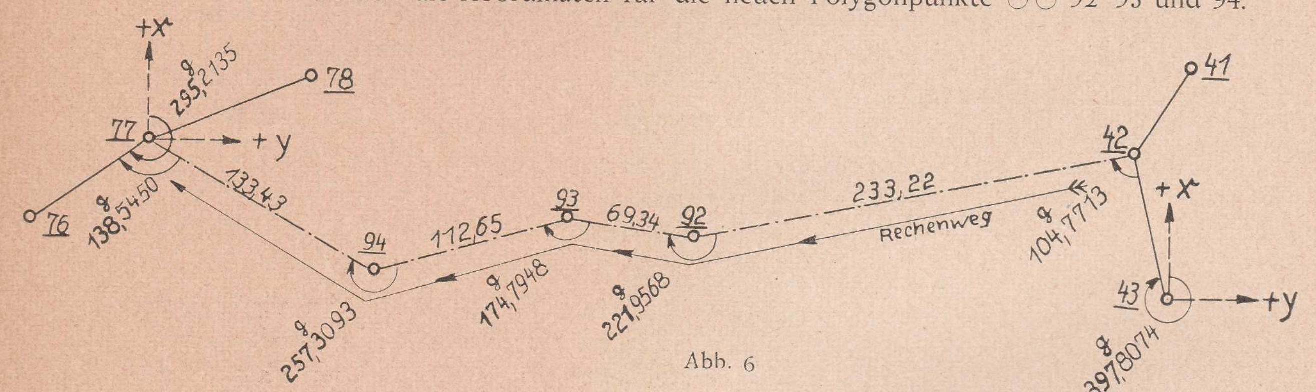


Abb. 6

Durchführung

1. Eintragung der Punktbezeichnungen, An- und Abschlußziele — hier (43) und (76) — nicht vergessen, desgleichen
2. Brechungswinkel β
3. Anschlußrichtung t_n, hier t_{77}^{76},
4. Koordinaten der An- und Abschlußpunkte, hier (42) und (77) eintragen.
5. Strecken eintragen und aufrechnen. (Siehe Bemerkung zu (10)).
6. Aufrechnung der Brechungswinkel einschließlich der Anschlußrichtung und Vergleich mit der Abschlußrichtung. Bestimmung des Winkelfehlers f_β und seiner zulässigen Größe (letztere aus der Tafel „Querfehler" des Vordrucks).
7. Verteilung des Winkelfehlers auf die einzelnen Brechungswinkel $(\frac{f_\beta}{n})$

8. Berechnung der Richtungswinkel $t_n = t_{n-1} \pm \beta_{n-1} \pm 200^g$; d. h. um den ersten Richtungswinkel zu erhalten, muß man zur Anschlußrichtung den ersten Brechungswinkel zuzählen und 200^g zufügen oder abziehen. Für die Ermittlung des nächsten Richtungswinkels fügt man den nächsten Brechungswinkel zu dem eben berechneten Richtungswinkel $\pm 200^g$ hinzu u. s. w.
9. Tafelaufschlag der neuen Werte für $\sin t_n$ und $\cos t_n$ (Vorzeichen und Quadranten beachten).
10. Berechnung der vorläufigen Koordinaten mit der Doppelmaschine. Anfangskoordinaten in die R-Werke, $\sin t_1$ und $\cos t_1$ in die E-Werke, multiplizieren mit s_1. Erstes Ergebnis in den R-Werken: Y_1, X_1. Dann $\sin t_2$, $\cos t_2$ einstellen, mit s_2 multiplizieren, ergibt Y_2, X_2. In gleicher Weise bis zum Schluß weiterrechnen.

    Bemerkung: Hat die Maschine 2 Z-Werke, so erhält man im linken Z-Werk, das während des Rechenganges nicht gelöscht werden darf, die Streckensumme ($\sum s$). Man muß hierbei darauf achten, daß das linke Z-Werk entsprechend dem Wechsel der Vorzeichen von $\sin t_n$ richtig geschaltet wird. Damit ist die Streckensumme geprüft (siehe (5)).
11. Bestimmung von $m = Y_e - y_a$ und $n = X_e - x_a$, ferner von
    $f_y = y_e - Y_e$ und $f_x = x_e - X_e$
12. Tafelaufschlag für $\sin(t_n + 50^g)$ und $\cos(t_n + 50^g)$.
13. Berechnung von $s' = 0{,}70711\, s$ *) mit einer Maschine, wobei 0,70711 eingestellt und mit s multipliziert wird. Die folgenden Werte für s' erhält man dann durch entsprechendes Umkurbeln von s.
14. Zweite Berechnung der vorläufigen Koordinaten Y_n, X_n nach den Formeln:
    $$Y_n = y_{n-1} + s'_n \cdot \sin(t_n + 50^g) - s'_n \cdot \cos(t_n + 50^g)$$
    $$X_n = x_{n-1} + s'_n \cdot \sin(t_n + 50^g) + s'_n \cdot \cos(t_n + 50^g)$$
    Diese Werte müssen mit den bereits eingetragenen — siehe (10) — übereinstimmen und sind durch Anhaken zu kennzeichnen ((14) ist im Vordruck nicht angegeben.)
15. Berechnung der Anteile an den Widersprüchen f_y und f_x im Verhältnis zu den Streckensummen (mit dem Rechenschieber).
16. Endgültige Koordinaten y_n, x_n durch Zufügen der Verbesserungen zu den vorläufigen Koordinaten Y_n, X_n berechnen.
17. Berechnung des Längs- und Querfehlers und Ermittelung seiner zulässigen Größe nach den im Vordruck angegebenen Formeln und Tafeln.
    Literatur: Dr. Wittke, Geodät Briefe 4.

---

*) Anmerkung:

$$s' = \frac{1}{\sqrt{2}}\, s = 0{,}70711\, s$$

Aus den goniometrischen Formeln:
$$\sin t + \cos t = \sqrt{2}\,\sin(50^g + t)$$
$$-\sin t + \cos t = \sqrt{2}\,\cos(50^g + t)$$

folgt durch Subtraktion: $2 \sin t = \sqrt{2}\,[\sin(50^g + t) - \cos(50^g + t)]$

und durch Addition: $2 \cos t = \sqrt{2}\,[\sin(50^g + t) + \cos(50^g + t)]$

oder: $s \cdot \sin t = \frac{s}{\sqrt{2}}\,[\sin(50^g + t) - \cos(50^g + t)]$

und: $s \cdot \cos t = \frac{s}{\sqrt{2}}\,[\sin(50^g + t) + \cos(50^g + t)]$

Zur Probe werden daher die Koordinatenunterschiede $s \cdot \sin t$ und $s \cdot \cos t$ nochmals nach dieser Formel berechnet.

8) Die Berechnung der Richtungswinkel aus Koordinaten.

Vordruck VIII mit Abbildung; s. a. Abschnitt 2 f.

Es ist: $\operatorname{tg} t_1^2 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2}$ oder $\operatorname{ctg} t_1^2 = \dfrac{x_2 - x_1}{y_2 - x_1}$ *)

oder $x_1 \cdot \operatorname{tg} t_1^2 + y_2 = x_2 \cdot \operatorname{tg} t_1^2 + y_1$

bzw. $y_1 \cdot \operatorname{ctg} t_1^2 + x_2 = y_2 \cdot \operatorname{ctg} t_1^2 + x_1$

Vorzeichen- und Schalttafel:

Wenn: für tg	für ctg	dann Hebel:	im Z-Werk ist:
x_1 + x_2 +	y_1 + y_2 +	↑↑	weiß + rot −
x_1 − x_2 +	y_1 − y_2 +	↓↑	weiß + rot −
x_1 − x_2 −	y_1 − y_2 −	↑↑	weiß − rot +
x_1 + x_2 −	y_1 + y_2 −	↓↑	weiß − rot +

Einstellung für tg t_1^2	„tg t_1^2" (6)
x_1 (2)	x_2 (2)
y_2 !r_1! (8)	y_1 !r_1! (8)

Einstellung für ctg t_1^2	„ctg t_1^2" (6)
y_1 (2)	y_2 (2)
x_2 !r_2! (8)	x_1 !r_2! (8)

Die Aufgabe:

Gegeben: y_1 x_1
y_2 x_2

Rechnung nach Vordruck:

Gesucht: t_1^2 [Richtungswinkel von (1) nach (2)].

Nach Eintragung der gegebenen Koordinaten werden entsprechend dem Schema I des Vordruckes y_2 und y_1 in die R-Werke, x_1 und x_2 in die E-Werke gebracht.

Nach Gleichkurbeln der R-Werke steht tg t_1^2 im Z-Werk; dieser Wert ist im Vordruck einzutragen und der zugehörige Winkel t_1^2 aufzuschlagen. Zur Bestimmung der Quadranten sind 4 Fälle zu unterscheiden, die im Vordruck verzeichnet sind. Zur Probe sind entsprechend dem Schema II Neueinstellungen vorzunehmen und diese mit dem ctg-Wert für den gefundenen Richtungswinkel zu multiplizieren. Die R-Werke müssen danach gleiche Werte zeigen. Falls x_1 und x_2 annähernd gleich sind, so ist zunächst nach Schema II und die Probe nach Schema I zu rechnen.

*) Anmerkung: Diese Formel benutzt man, wenn x_1 und x_2 annähernd gleiche Werte haben, d. h. also, wenn t_1^2 in der Nähe von 100^g oder 300^g liegt und infolgedessen das Gleichkurbeln nur schwer gelingt.

9) Vorwärtsabschneiden.

Zugehörige Rechenübungen siehe Abschnitt 2 g.

a) Vorwärtsabschneiden von einer Basis.

Von den Endpunkten einer 134,72 m langen Basis $\overline{(1)(2)}$ sind die Winkel nach dem am jenseitigen Ufer liegenden Punkt (n) gemessen. Gesucht werden Höhe und Fußpunkt auf die Basis.

Gemessen: s = 134,72 (y_1 = 0,0; x_1 = 0,0 und y_2 = 0,0; x_2 = + 134.72)
$\alpha = 39^g{,}8740$
$\beta = 52^g{,}0630$

Gesucht: y_n x_n

Lösung (siehe Abb. 10):

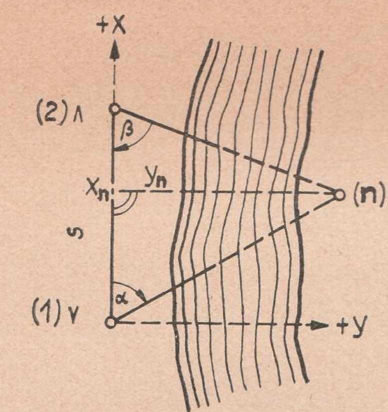


Abb. 10

Es ist: $\operatorname{ctg} \alpha = \dfrac{x_n}{y_n}$ oder $x_n = \operatorname{ctg} \alpha \cdot y_n$

und $\operatorname{ctg} \beta = \dfrac{x_2 - x_n}{y_n}$ oder $x_n = -\operatorname{ctg} \beta \cdot y_n + x_2$

Einstellung und Ergebnis:

↓↑	0,0 „y_n"
ctg α	⊖ ctg β
0,0 „!x_n!"	x_2 „!x_n!"

R-Werk gleichkurbeln

In Zahlen: ctg α = + 1,382 126
ctg β = + 0,937 202 } aus einem Tafelwerk

↓↑	⊕ „58,085 8" rot (4)	
⊕ 1,382 126 (6)	⊖ 0,937 202 (6)	− Dreh.
„!80,281 894 410 8!" (10)	„!80,281 872 068 4!" (10)	

Hebelstellung und Vorzeichen von y_n vergl. Vorzeichenregel.

Ergebnis: y_n = + 58,09; x_n = + 80,28.

Für die Rechnung ist auch der Vordruck IX für die folgende Aufgabe (Rechengang II) vorgesehen.

9 b) Vorwärtsabschneiden über Dreieckswinkel.

Vordruck IX.

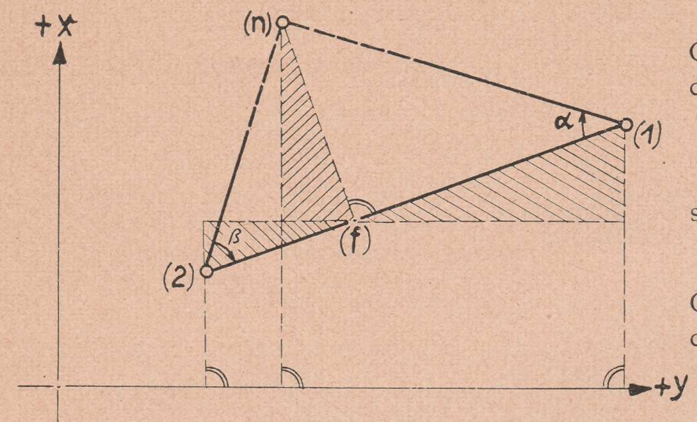


Abb. 11

Gegeben sind die Koordinaten der Punkte

(1): $y_1\ x_1$

(2): $y_1\ x_2$

sowie die Winkel α und β.

Gesucht werden die Koordinaten des Punktes

(n): $y_n\ x_n$

Im Dreieck (a) (b) (n) sind die Höhe $\overline{(n)(f)}$, die Parallele zur y-Achse durch deren Fußpunkt (f) und die Parallelen zur x-Achse durch (1), (2) und (n) gezogen. Die drei schraffierten Dreiecke sind einander ähnlich.

Es verhält sich $\dfrac{y_1 - y_f}{x_n - x_f} = \dfrac{x_1 - x_f}{y_f - y_n} = \dfrac{\overline{(f)\,(1)}}{\overline{(f)\,(n)}} = \operatorname{ctg} \alpha$

und $\dfrac{y_f - y_2}{x_n - x_f} = \dfrac{x_f - x_2}{y_f - y_n} = \dfrac{\overline{(2)\,(f)}}{\overline{(f)\,(n)}} = \operatorname{ctg} \beta$

hieraus folgt: 1) $y_f = - \operatorname{ctg} \alpha \cdot (x_n - x_f) + y_1$

$y_f = \operatorname{ctg} \beta \cdot (x_n - x_f) + y_2$

und 2) $x_f = \operatorname{ctg} \alpha \cdot (y_n - y_f) + x_n$

$x_f = - \operatorname{ctg} \beta \cdot (y_n - y_f) + x_2$

Durch Gleichkurbeln wird entsprechend den Beispielen in Abschnitt 2 g) erhalten:

1) Im Z-Werk $(x_n - x_f)$; in den R-Werken y_f

2) Im Z-Werk $(y_n - y_f)$; in den R-Werken x_f

Hieraus ergeben sich:

$y_n = (y_n - y_f) + y_f$

und $x_n = (x_n - x_f) + x_f$

Wichtig ist die Benennung des Dreiecks im Sinne des Uhrzeigers (rechtsläufig).

Lösung in drei Rechengängen:

I.

	„$x_n - x_f$"
⊖ ctg α	⊕ ctg β
y_1 „!y_f!"	y_2 „!y_f!"

Gleichkurbeln der R-Werke ergibt y_f und $x_n - x_f$

II.

	„$y_n - y_f$"
⊕ ctg α	⊖ ctg β
x_1 „!x_f!"	x_2 „!x_f!"

Gleichkurbeln der R-Werke ergibt x_f und $y_n - y_f$

III.

$y_n = (y_n - y_f) + y_f$,

$x_n = (x_n - x_f) + x_f$

Beispiel:

		y	x
Gegeben:	FP Westerholz	− 5 148,99	+ 15 091,94 (= 1)
	FP Breitenberg	− 7 257,43	+ 16 690,82 (= 2)

Winkel auf FP Westerholz 33ᵍ,7 930 (= α)

Winkel auf FP Breitenberg 100ᵍ,3 770 (= β)

Gesucht: Die Koordinaten des FP Geißberg.

Im Beispiel sind die Bezeichnungen $x_n - x_f = z_1$

$y_f = r_1$

$y_n - y_f = z_2$

$x_f = r_2$ eingeführt.

Lösung:

I. Einstellung: ↑↑	0,0 (2)
⊖ 1,703 525 (6)	⊖ 0,005 922 (6)
94 851,010 000 00 (8)	92 742,570 000 00 (8)

Nach dem Gleichkurbeln:

↑↑	„1 242,01" rot (2)	
⊖ 1,703 525 (6)	⊖ 0,005 922 (6)	− Dreh.
„!92 735,214 914 75!" (8)	„!92 735,214 816 78!" (8)	

$z_1 = + 1\,242{,}01$; $r_1 = - 7\,264{,}79$

(z_1 nach der Vorzeichenregel positiv)

II. Einstellung: ↑↑	0,0 (2)
⊕ = (6)	⊕ = (6)
15 091,94 (8)	16 690,82 (8)

Nach dem Gleichkurbeln:

↑↑	„941,85" weiß (2)	
⊕ 1,703 525 (6)	⊕ 0,005 922 (6)	+ Dreh.
„!16 696,405 021 25!" (8)	„!16 696,397 635 70!" (8)	

$z_2 = + 941{,}85$; $r_2 = + 16\,696{,}40$

9c) Vorwärtsabschneiden über Richtungswinkel.

Vordruck X.

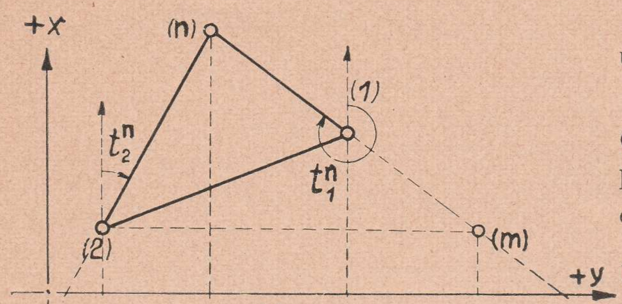


Abb. 12

Gegeben: y_1 x_1

y_2 x_2

und die Richtungswinkel

t_1^n t_2^n

Gesucht: y_n x_n

Es ist gemäß den in Abb. 12 gestrichelt eingezeichneten Linien:

1.) $\operatorname{tg} t_1^n = \dfrac{y_n - y_1}{x_n - x_1}$ und $\operatorname{tg} t_2^n = \dfrac{y_n - y_2}{x_n - x_2}$

Hieraus folgt:

2.) $y_n = y_1 - x_1 \cdot \operatorname{tg} t_1^n + x_n \cdot \operatorname{tg} t_1^n$

$y_n = y_2 - x_2 \cdot \operatorname{tg} t_2^n + x_n \cdot \operatorname{tg} t_2^n$

und

3.) $y_n = y_1 - (x_1 - x_2) \cdot \operatorname{tg} t_1^n + (x_n - x_2) \cdot \operatorname{tg} t_1^n$

$y_n = y_2 \qquad\qquad + (x_n - x_2) \cdot \operatorname{tg} t_2^n$

Da in 3) $y_1 - (x_1 - x_2) \cdot \operatorname{tg} t_1^n = y_m$ ist, so ergibt sich:

4.) $y_n = \operatorname{tg} t_1^n \cdot (x_n - x_2) + y_m$

$y_n = \operatorname{tg} t_2^n \cdot (x_n - x_2) + y_2$

Lösung in 2 Rechengängen; im ersten wird y_m (im Vordruck X: $= r_r$) auf der rechten Maschine berechnet, im zweiten in den R-Werken y_n durch Gleichkurbeln und im Z-Werk $x_n - x_2$ erhalten bezw. sofort x_n, da x_2 noch aus dem ersten Rechengang im Z-Werk stand. Die Koordinaten von (n) lassen sich aber erst dann durch Gleichkurbeln bestimmen, wenn die Koordinaten der Ausgangspunkte (2) und (m) auf gleicher Höhe — nämlich x_2 — liegen; d. h., die Aufgabe muß erst auf die unter 9a Seite 31 besprochene zurückgeführt werden.

Die Rechnung nach dem Vordruck X bereitet keine Schwierigkeiten und braucht hier nicht eingehend geschildert zu werden. Man bringt zuerst y_1 und y_2 in die R-Werke, kurbelt dann x_1 in das Z-Werk, wobei die richtige Farbe zu beachten ist. Ist $\operatorname{tg} t_1^n$ negativ, so muß entsprechend der Vorzeichenregel rot für positives x_1 eingekurbelt werden. Danach werden $\operatorname{tg} t_1^n$ und $\operatorname{tg} t_2^n$ eingestellt, so daß die Maschinen zur Rechnung vorbereitet sind. Treten im Z-Werk nach dem Gleichkurbeln dekadische Zahlen auf, so muß für die richtige Bestimmung des Vorzeichens entsprechend der Vorzeichenregel die dekadische Zahl umgewandelt und mit dem entgegengesetzten Vorzeichen der für sie gültigen Farbe versehen werden. (Erscheint z. B. im Z-Werk ... 9 920,43 in rot, so lautet die umgewandelte Zahl 79,57. Sie ist positiv, wenn im rechten E-Werk ein Minuszeichen steht, sonst negativ). Will man im Z-Werk dekadische Zahlen nach der Rechnung vermeiden, so sind diese schon vorher unter Berücksichtigung der Farbe nach der Vorzeichenregel dort einzukurbeln, wenn man aus den einzustellenden Werten sieht, daß ein derartiger Übergang im Z-Werk eintreten wird, oder man bringt das Z-Werk beim Gleichkurbeln erst auf Null und löscht dieses, um das Gleichkurbeln danach fortzusetzen. Gelingt das Gleichkurbeln nur annähernd, so benutzt man statt der tg- die ctg-Funktionen. Für y_1 und y_2 ist x_1 und x_2 einzustellen und umgekehrt. Am Rechenverfahren ändert sich sonst nichts. Bei geringem Unterschied zwischen den annähernd gleichgekurbelten R-Werten ist der Wert zu entnehmen, über dem der zahlenmäßig kleinere tg-Wert steht.

Ein Beispiel ist im Vordruck X eingetragen.

10. Bestimmung eines Punktpaares.

(Hansensche Aufgabe).

Vordrucke XI a und b.

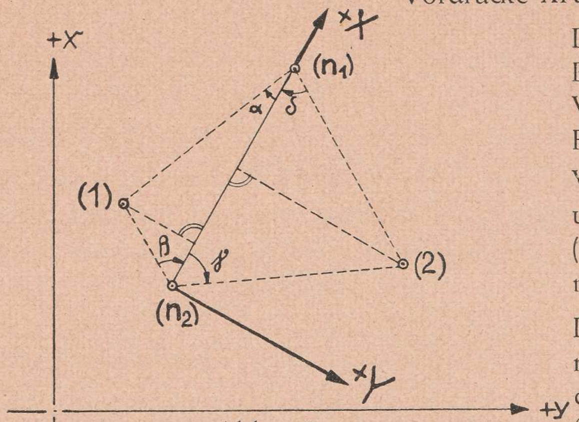


Abb. 13

Diese Aufgabe ermöglicht die gleichzeitige Bestimmung zweier Neupunkte allein durch Winkelmessung bei nur zwei bekannten Festpunkten.

Wir bezeichnen die Neupunkte mit (n_1) und (n_2), die bekannten Festpunkte mit (1) und (2) und die gemessenen Winkel mit α, β, γ, δ.

Durch $\overline{(n_1)(n_2)}$ legen wir ein Hilfskoordinatensystem X, Y und nehmen die Koordinaten der Neupunkte (n_1) und (n_2) in ihm folgendermaßen an:

$Y_{n1} = 0{,}0$; $X_{n1} = +\ 1000{,}0$

$Y_{n2} = 0{,}0$; $X_{n2} = \qquad 0{,}0$

Durch zwei Vorwärtsabschnitte über $\overline{(n_1)(n_2)}$ mit Hilfe der gemessenen Winkel α, β, γ, δ berechnen wir die Koordinaten von (1) und (2) im Hilfssystem. Danach lassen sich die gesuchten Koordinaten von (n_1) und (n_2) durch Umformung in das System x, y berechnen.

Allgem. Verm. Nachr. 1941. Seite 133,
" " " 1942. " 61,
Zeitschr. f. Verm. Wesen 1942. " 288,

Man kann auch, worauf A. Roesler aufmerksam macht, Y_2 zu 1000 festsetzen und danach die übrigen Koordinaten im Hilfssystem berechnen. Dies ergibt:

$Y_{n1} = 0{,}0$; $X_{n1} = 1000 \cdot \operatorname{ctg} \gamma + 1000 \cdot \operatorname{ctg} \delta$

$Y_{n2} = 0{,}0$; $X_{n2} = 0{,}0$

$Y_2 = 1000$; $X_2 = 1000 \cdot \operatorname{ctg} \gamma$

Hieraus ergibt sich, daß nur ein Vorwärtsabschnitt für (1) zu rechnen ist, und daß die Umformung ohne Umstellen der Transformationsfaktoren in den E-Werken möglich ist.

Beide Lösungen sind maschinentechnisch etwa gleichwertig.

Bei der zweiten Lösung erfordert der Vorwärtsabschnitt mehr Einstellungen als bei der ersten Lösung. Der entfallenden Umstellung der Transformationsfaktoren bei der zweiten Lösung steht eine zusätzliche Multiplikation gegenüber.

11. Der Schnitt zweier Geraden.

Hierzu Vordruck XII.

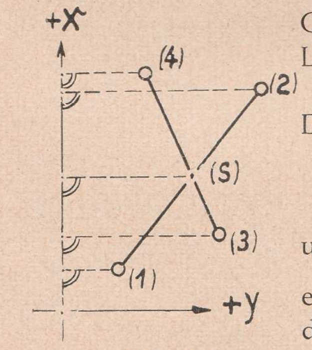


Abb. 14

11 a)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1) bis (4).

Gesucht: Die Koordinaten des Schnittpunktes (s).

Lösung: Als Vorwärtsabschneiden über Richtungswinkel (siehe Seite 34).

Die Richtungswinkel werden berechnet aus:

$$\operatorname{tg} t_1^2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

und $$\operatorname{tg} t_3^4 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = b$$

entweder durch Gleichkurbeln nach Abschnitt 2 f), Seite 12 oder durch Bildung der Koordinatenunterschiede mit anschließender Division, wie es im Vordruck XII angegeben ist. Zur Probe berechnet man:

$$a = \frac{y_2 - y_s}{x_2 - x_s} \text{ und } b = \frac{y_4 - y_s}{x_4 - x_s}$$

oder $a \cdot (x_2 - x_s) = y_2 - y_s$ und $b \cdot (x_4 - x_s) = y_4 - y_s$

Siehe das Beispiel 11 e) Seite 37.

Erweiterungen der Aufgabe.

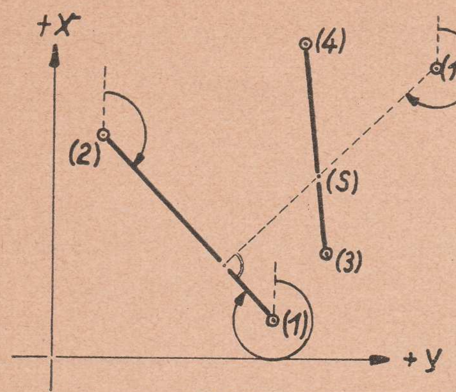


Abb. 15

11 b)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1), (2), (3) und (4), sowie des Punktes (1').

Gesucht: Die Koordinaten des Schnittpunktes (s) der Senkrechten zu $\overline{(1)(2)}$ durch (1').

Lösung: Der Richtungswinkel der Senkrechten durch (1') ist aus dem der Geraden $\overline{(1)(2)}$ zu berechnen.

Es ist: $\text{tg}\ t_1^2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; demnach für die um 100^g größere Richtung der durch (1') gehenden Senkrechten:

$$\text{tg}\,(t_1^2 + 100^g) = -\text{ctg}\ t_1^2 = -\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = -\frac{1}{a} = a'$$

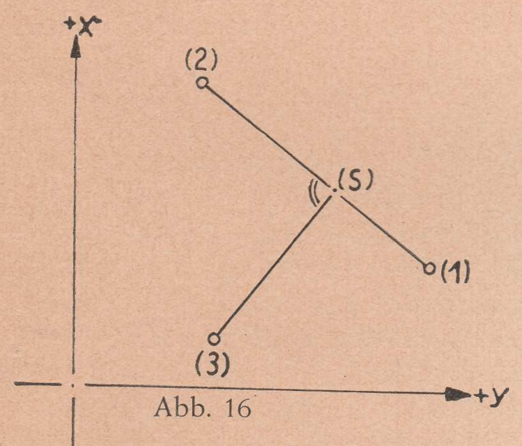


Abb. 16

11 c)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1), (2) und (3).

Gesucht: Die Koordinaten des Fußpunktes (s) des durch (3) auf $\overline{(1)(2)}$ gefällten Lotes.

Lösung: Der Richtungswinkel der durch (3) gehenden Senkrechten ist aus dem der Geraden $\overline{(1)(2)}$ zu berechnen, er ist nach 11 b)

$$a' = -\frac{1}{a} = -\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

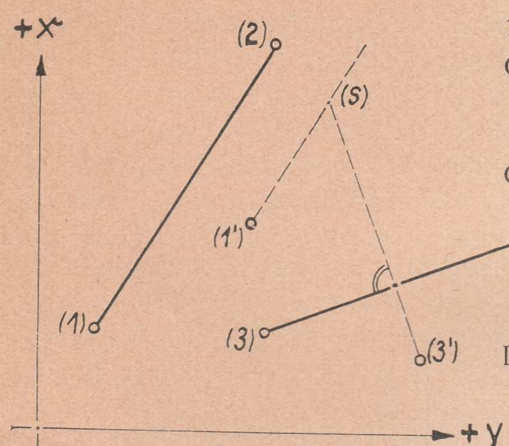


Abb. 17

11 d)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1), (2), (3) und (4), sowie der Punkte (1') und (3').

Gesucht: Die Koordinaten des Schnittpunktes der durch (3') zu $\overline{(3)(4)}$ gezogenen Senkrechten mit der durch (1') zu $\overline{(1)(2)}$ gezogenen Parallelen.

Lösung: Der Richtungskoeffizient der Parallelen zu $\overline{(1)(2)}$ ist der gleiche wie der der Geraden $\overline{(1)(2)}$, nämlich

$$\text{tg}\ t_1^2 = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Der Richtungskoeffizient der Senkrechten ist nach 11 b):

$$b' = -\frac{1}{b} = -\frac{x_4 - x_3}{y_4 - y_3}$$

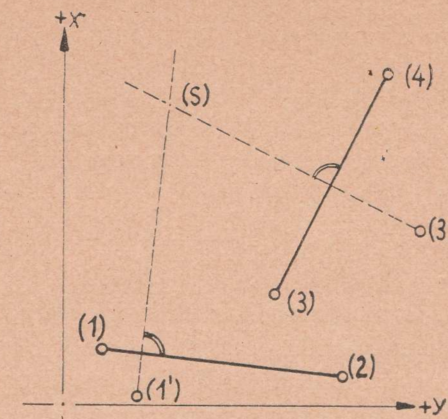


Abb. 18

11 e)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1), (2), (3) und (4), sowie der Punkte (1') und (3').

Gesucht: Die Koordinaten des Schnittpunktes der Parallelen durch (1') zu $\overline{(1)(2)}$ mit der Parallelen durch (3') zu $\overline{(3)(4)}$.

Lösung: Die Richtungskoeffizienten a und b der Parallelen sind gleich denen der zugehörigen Geraden.

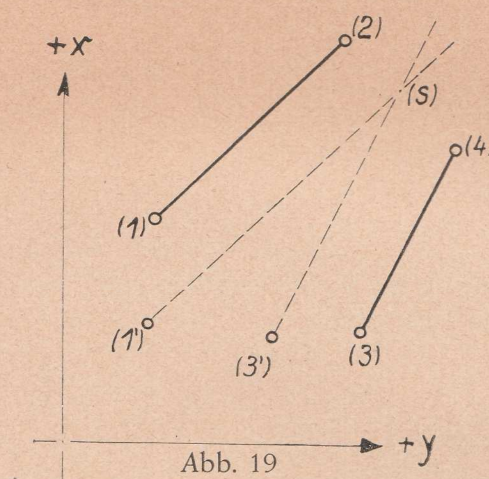


Abb. 19

11 f)

Gegeben: Die Koordinaten der Punkte (1), (2), (3) und (4), sowie (1') und (3').

Gesucht: Die Koordinaten des Schnittpunktes der durch (1') und (3') zu $\overline{(1)(2)}$ und $\overline{(3)(4)}$ gezogenen Senkrechten.

Lösung: Die Richtungskoeffizienten sind nach 11 b)

$$a' = -\frac{1}{a} = -\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \text{ und } b' = -\frac{1}{b} = -\frac{x_4 - x_3}{y_4 - y_3}$$

Allgemeine Probe:

Sicherung von a und b bzw. a' und b' durch eine zweite Berechnung mittels Gleichkurbelns und durch eine dritte Berechnung aus

$$a \text{ (bzw. } a') = \frac{y_s - y_{1'}}{x_s - x_{1'}} \text{ und } b \text{ (bzw. } b') = \frac{y_s - y_{3'}}{x_s - x_{3'}}$$

d. h.

$$a \cdot x_s + y_{1'} = a \cdot x_{1'} + y_s \text{ und } b \cdot x_s + y_{3'} = b \cdot x_{3'} + y_s$$

Bei der Probe für den Normalfall der Schnittberechnung hat man das Z-Werk nur bis x_2 weiterzukurbeln, um im linken R-Werk y_2 als Soll zu erhalten (Probe 1), danach nur mit der rechten Maschine bis x_4 weiterzukurbeln, um im rechten R-Werk y_4 als Soll zu erhalten (Probe 2).

Bei den Proben für a (a') und b (b') bei der Schnittberechnung von 2 Parallelen oder Senkrechten kurbelt man nach den vorgeschriebenen Koordinaten-Einstellungen a, b bzw. a', b' in das Z-Werk und muß in den R-Werken gleiche Werte erhalten.

Des weiteren ist zur Probe für die Schnittpunktkoordinaten selbst die ganz ähnliche Rechnung I bzw. II mit Einkurbeln von a, b bzw. a', b' erforderlich.

Literatur: Dr. Wittke, Geodät. Briefe 3.

12. Der Rückwärtseinschnitt.

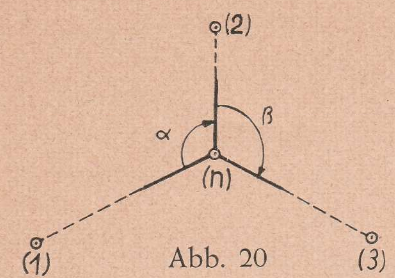


Abb. 20

Mit Rückwärtseinschnitt bezeichnet man die Koordinatenbestimmung eines Standpunktes durch Messung zweier Winkel zwischen drei nach Koordinaten bekannten Zielpunkten.

G e g e b e n : $y_1\,x_1$; $y_2\,x_2$; $y_3\,x_3$

G e s u c h t : $y_n\,x_n$

Wir bringen die maschinentechnisch beste Lösung nach Cassini (Abb. 21.) Durch die Punkte (1), (2) und (n) sowie (2), (3) und (n) werden Kreise mit den Mittelpunkten M_1 und M_2 gezogen. Der Durchmesser durch (2) M_1 trifft den einen Kreis im Punkte (4), der Durchmesser durch (2) M_2 den anderen im Punkte (5). Die Verbindungslinie $\overline{(4)(5)}$ geht durch den Neupunkt (n), und der Strahl $\overline{(n)(2)}$ steht zu ihr senkrecht. Aus Abb. 21 ist zu sehen, daß die Punkte (4) und (5) mit bekannten Stücken je durch einen vereinfachten Vorwärtsabschnitt über $\overline{(1)(2)}$ und $\overline{(2)(3)}$ zu berechnen sind:

1) $y_4 = y_1 - (x_1 - x_2) \cdot \text{ctg}\,\alpha$

$x_4 = x_1 + (y_1 - y_2) \cdot \text{ctg}\,\alpha$

und 2) $y_5 = y_3 - (x_2 - x_3) \cdot \text{ctg}\,\beta$

$x_5 = x_3 + (y_2 - y_3) \cdot \text{ctg}\,\beta$

Nach Berechnung von y_4, x_4 sowie y_5, x_5 [im Vordruck XIII = E und F sowie G und H] werden die Koordinaten des Neupunktes (n) als Schnitt der Verbindungslinie $\overline{(4)(5)}$ mit der Senkrechten durch den Punkt (2) berechnet. Als Probe prüft man

$$t_n^3 - t_n^1 = \alpha + \beta$$

(Vergl. Allgem. Verm. Nachr. 1939, Seite 176;
1941, Seite 389 und 390;
1942, Seite 186 und 224).

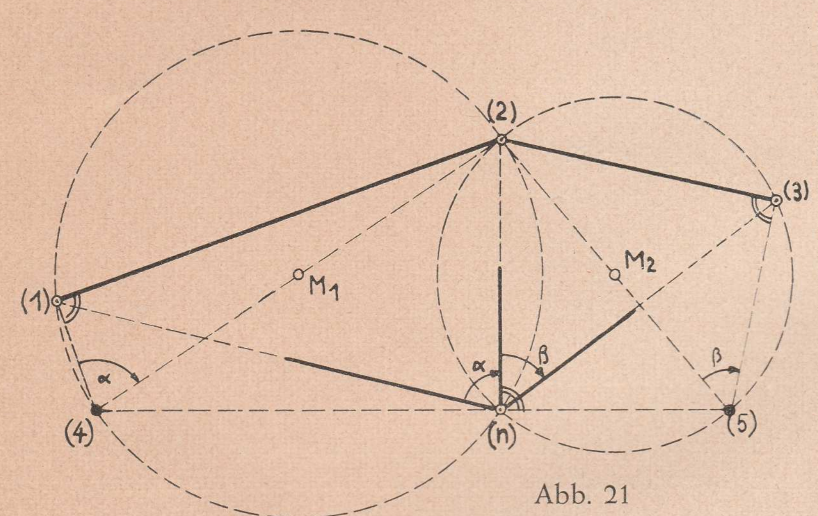


Abb. 21

Die Rechnung nach dem Vordruck XIII ist leicht verständlich und bedarf keiner besonderen Erklärung.

Der Vordruck XIV ist für g e ü b t e Rechner. Hier brauchen nur zwei Zahlen während der Rechnung aus der Maschine entnommen und aufgeschrieben zu werden. Es besteht jedoch die Gefahr, bei fehlerhafter Rechnung diese ganz wiederholen zu müssen.

Vordruck I.

Berechnung der Koordinaten der Kleinpunkte.

$S^2 = (y_e - y_a)^2 + (x_e - x_a)^2$; $d = S - [S] \approx \frac{1}{2}\left(\frac{S^2}{[S]} - [S]\right)$ | $o = \frac{y_e - y_a}{[S]}$; $a = \frac{x_e - x_a}{[S]}$ | $y_n = y_{n-1} + o \cdot s_n$, $x_n = x_{n-1} + a \cdot s_n$ Probe: $\Delta y_n = o \cdot s_n$, $\Delta x_n = a \cdot s_n$

Nr. der Berechnung	$\frac{S^2}{[S]}$, d / Strecken s_n	o. / y_n ; Δy_n	a. / x_n ; Δx_n	Nr. der Punkte P_n	Nr. der Berechnung	$\frac{S^2}{[S]}$, d / Strecken s_n	o. / y_n ; Δy_n	a. / x_n ; Δx_n	Nr. der Punkte P_n
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1a	⑤ d = + 0,05	⑥ + 0,24 71	⑥ + 0,96 93	①					
		② + 21 14	② ± 0 00	(a)					
	④ 40 06	⑦	⑦	①					
		+ 31 04	+ 38 83	(b)					
	④ 38 66		⑦	①					
		⑦ + 40 59	+ 76 30	(c)					
	④ 41 10		⑦	①					
		⑦ + 50 75	+ 116 14	(d)					
	④ 42 54			①					
		② + 61 26	② + 157 38	(e)					
	④ 162 36	③ + 40 12	③ + 157 38						
	d = + 0,05	+ 0,24 71	+ 0,96 93						
	0 00	+ 21 14	± 0 00	(a)					
1b									
	40 06	+ 31 04	+ 38 83	(b)					
	78 72	+ 40 59	+ 76 30	(c)					
	119 82	+ 50 75	+ 116 14	(d)					
	162 36	+ 61 26	+ 157 38	(e)					
		+ 40 12	+ 157 38						

Vordruck: II

Berechn. der Koordinaten seitw. geleg. Kleinpunkte

mit Brunsviga Doppel 13Z

$S^2=(y_e-y_a)^2+(x_e-x_a)^2$ $d=S-[s]\approx\frac{1}{2}\left(\frac{S^2}{[s]}-[s]\right)$ | $o=\frac{y_e-y_a}{[s]}$; $a=\frac{x_e-x_a}{[s]}$ | $y_n=y_{n-1}+o\cdot s_n+a\cdot s_f$
 $x_n=x_{n-1}+a\cdot s_n-o\cdot s_f$ | Probe: $[s_f]=0$

1	2	3	4	5
Nr. der Berechnung.	d s_n (s_f)	o (a) y_n Linke Masch.	a (o) x_n Rechte Masch.	Nrn. der Punkte P_n
2	⑤ +0,04	⑥ +0,2573 ⑥ (+0,9667)	⑥ +0,9667 ⑥ (+0,2573)	
		+ ② 9 50	± ② 0 00	① (1)
	④ +46 73 ④ (+37 63)	Rechenweg. + ⑦ (+)	+ ⑦ (−)	
		+ ⑧ 57 90	+ ⑧ 35 49	① (2)
	④ +15 58 ④ (−60 40)	+ ⑦ (−)	+ ⑦ (+)	
		+ ⑧ 3 52	+ ⑧ 66 09	① (3)
	④ +49 27 ④ (+22 77)	+ ⑦ (+)	+ ⑦ (−)	
		+ ② 38 21	+ ② 107 86	(4)
	+111 58 ④ ( )	+ ③ 28 71 ( )	+ ③ 107 86 ( )	
	+60 40 −60 40			
	( )	( )	( )	

1	2	3	4	5
Nr. der Berechnung.	d s_n (s_f)	o (a) y_n Linke Masch.	a (o) x_n Rechte Masch.	Nrn. der Punkte P_n
3	−0,04	−0,2554 (+0,9667)	+0,9667 (−0,2554)	
		+ 70 17	+ 13 85	(6)
	67 87 (−14 30)	Rechenweg. − (−)	+ (−)	
		+ 39 01	+ 75 81	(10)
	28 34 (+0 26)	− (+)	+ (+)	
		+ 32 03	+ 103 27	(11)
	3 43 (+19 79)	− (+)	+ (+)	
		+ 50 28	+ 111 64	(12)
	175 06 (−5 75)	− (−)	+ (−)	
		± 0 00	+ 279 40	(1)
	274 70 ( )	− 70 17 ( )	+ 265 55 ( )	
	+20 05 −20 05			
	( )	( )	( )	

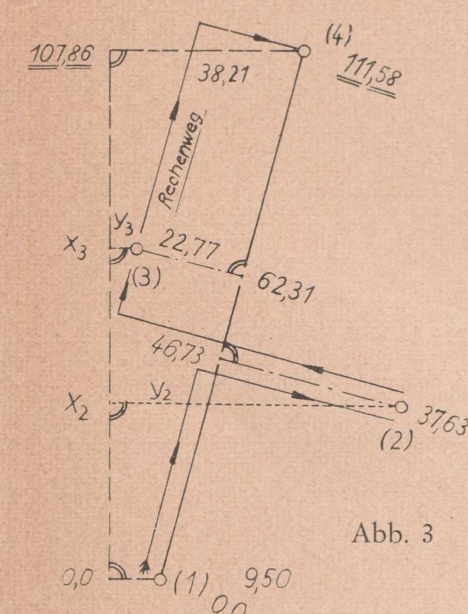


Abb. 3

Vorzeichentafel für den Lauf der Maschinen.

	wenn	und	Linke Masch.	Rechte Masch.
Die ungeklammert einzutragenden Vorzeichen richten sich nach den Vorzeichen von o und a, wenn s positiv ist. Sie sind entgegengesetzt, wenn s negativ ist.	o + a +	s_f + s_f −	(+) (−)	(−) (+)
	o + a −	s_f + s_f −	(−) (+)	(−) (+)
	o − a −	s_f + s_f −	(−) (+)	(+) (−)
	o − a +	s_f + s_f −	(+) (−)	(+) (−)

Vordruck: III

Kleinpunkte und seitw. gelegene Kleinpunkte.

$S^2 = (y_e - y_a)^2 + (\breve{x}_e - \breve{x}_a)^2$

$d = S - [S] \approx \frac{1}{2}\left(\frac{S^2}{[S]} - [S]\right)$

$\sigma = \frac{y_e - y_a}{[S]}$ $a = \frac{\breve{x}_e - \breve{x}_a}{[S]}$

$y_n = y_{n-1} + \sigma \cdot s_n$ $\breve{x}_n = \breve{x}_{n-1} + a \cdot s_n$

	$!s_n!$ (2)
σ (5)	a (5)
y_{n-1} „y_n" (7)	$\breve{x}_{n-1}$ „$\breve{x}_n$" (7)

Für seitw. gel. Kl.-Punkte

$y_n = y_{n-1} + \sigma \cdot s_n + a \cdot s_f$

$\breve{x}_n = \breve{x}_{n-1} + a \cdot s_n - \sigma \cdot s_f$

1.

	$!s_n!$ (2)
σ (5)	a (5)
y_{n-1} „r_e" (7)	$\breve{x}_{n-1}$ „r_r" (7)

2.

	$!s_f!$ (2)
a (5)	$\ominus\ \sigma$ (5)
r_e „y_n" (7)	r_r „$\breve{x}_n$" (7)

Probe: $[s_f] = 0{,}0$

Nr.	d s_n (s_f)	σ y_n	a $\breve{x}_n$	Punkt-bezeich.	Nr.	d s_n (s_f)	σ y_n	a $\breve{x}_n$	Punkt-bezeich.

Vordruck IV siehe Seite 22

Vordruck: V
(1. Beispiel)

Flächenberechnung aus Koordinaten.

mit Brunsviga Doppel 13Z

Rechenanleitung:
I. Alle y mit den vorhergehenden, bzw. folgenden x, II. alle x mit den vorhergehenden, bzw. folgenden y multiplizieren, ergibt im linken und rechten R-Werk je den doppelten Flächeninhalt. Der Lauf der Maschinen richtet sich nach den Vorzeichen der Faktoren.
[Vorzeichen der Einstellwerte auf den Maschinen markieren!]

I.

	!y!
⊕ $x_{vorh.}$	⊖ $x_{folg.}$

II.

	!x!
⊖ $y_{vorh.}$	⊕ $y_{folg.}$
„2F"	„2F"

Formeln:

2F =	2F =
(l I)	(r I)
$+\sum y_n \cdot x_{n-1}$	$-\sum y_n \cdot x_{n+1}$
(l II)	(r II)
$-\sum x_n \cdot y_{n-1}$	$+\sum x_n \cdot y_{n+1}$

Alter Bestand.						Flächenberechnung.								Neuer Bestand.				
Flur	Parz.	Kult.	Flächeninhalt ha	a	qm	Pkt. Nr.	y	+ −	x	+ −	Flächeninhalt ha	a	qm	Parz.	Kult.	Katasterfläche ha	a	qm
						5	2004 59		097 88		14	80	74					
						1	1794 48		123 93									
						2	1831 09		330 51									
						3	2065 23		624 16									
						4	2304 37		285 78									
						5	2004 59		097 88									
						1	1794 48		123 93									
						F = ½ × 296148,4399 qm												

Vordruck: V
(2. Beispiel)

Flächenberechnung aus Koordinaten

mit Brunsviga Doppel 13Z.

Rechenanleitung:
I. Alle y mit den vorhergehenden, bzw. folgenden x, II. alle x mit den vorhergehenden, bzw. folgenden y multiplizieren, ergibt im linken und rechten R-Werk je den doppelten Flächeninhalt. Der Lauf der Maschinen richtet sich nach den Vorzeichen der Faktoren.
[Vorzeichen der Einstellwerte auf den Maschinen markieren!]

I.

	!y!
⊕ $x_{vorh.}$	⊖ $x_{folg.}$

II.

	!x!
⊖ $y_{vorh.}$	⊕ $y_{folg.}$
„2F"	„2F"

Formeln:

2F =	2F =
(l I)	(r I)
$+\sum y_n \cdot x_{n-1}$	$-\sum y_n \cdot x_{n+1}$
(l II)	(r II)
$-\sum x_n \cdot y_{n-1}$	$+\sum x_n \cdot y_{n+1}$

Alter Bestand						Flächenberechnung								Neuer Bestand				
Flur	Parz	Kult.	Flächeninhalt ha	a	qm	Pkt. Nr.	y	+ −	x	+ −	Flächeninhalt ha	a	qm	Parz	Kult.	Katasterfläche ha	a	qm
						h	6 62	+	8 92	−		3	85					
						i	4 27	−	0 00	±								
						b	8 24	−	10 31	+								
						c	6 57	−	22 09	+								
						d	0 00	±	27 84	+								
						g	7 53	+	17 10	+								
						h	6 62	+	8 92	−								
						i	4 27	−	0 00	±								
						F = ½ × 769,3106 qm												

Vordr. VI (Doppelmaschine) Umformung rechtwinkliger Koordinaten.

Nr. / Re-chen-gang	Punkt-be-zeich-nung	$\Delta Y_n = Y_n - Y_{n-1}$ Probe: $(\Delta Y_n) = Y_e - Y_a$ / Y_n / ΔY_n	$\Delta X_n = X_n - X_{n-1}$ Probe: $(\Delta X_n) = X_e - X_a$ / X_n / ΔX_n	1. 0,0 !ΔY_n! (2) / ⊕ a (6) / y_{n-1} „r_e" (8) · 2. ⊕ σ (6) / r_e „y_n" (8)	1. ⊖ σ (6) / x_{n-1} „r_r" (8) · 2. 0,0 !ΔX_n! (2) / ⊕ a (6) / r_r „x_n" (8)
		$Y_e - Y_a$	$X_e - X_a$	$y_e - y_a$	$x_e - x_a$
	① 11	+ ② 2 30	+ ② 22 40	− ③ 20 38	+ ③ 10 00
1. 2.		+ ⑥ 7 82	+ ⑥ 7 44	⑩ + / +	⑩ − / +
	① 12	+ ② 10 12	+ ② 29 84	− ⑪ 11 08	+ ⑪ 15 53
1. 2.		− ⑥ 0 88	+ ⑥ 6 29	⑩ − / +	⑩ + / +
	① 13	+ ② 9 24	+ ② 36 13	− ⑪ 10 54	+ ⑪ 21 87
1. 2.		− ⑥ 3 06	+ ⑥ 11 59	⑩ − / +	⑩ + / +
	① 14	+ ② 6 18	+ ② 47 72	− ⑪ 10 95	+ ⑪ 33 87
1. 2.		− ⑥ 2 97	+ ⑥ 10 77	⑩ − / +	⑩ + / +
	① 15	+ ② 3 21	+ ② 58 49	− ⑪ 11 45	+ ⑪ 45 05
1. 2.		+ ⑥ 3 79	+ ⑥ 3 88	⑩ + / +	⑩ − / +
	① 16	+ ② 7 00	+ ② 62 37	− ③ 6 88	+ ③ 48 00
1. 2.		+ ④ 4 70	+ ④ 39 97	+ ⑤ 13,50	+ ⑤ 38,00
1. 2.					
1. 2.					
1. 2.					
1. 2.					
1. 2.					
1. 2.					
1. 2.					

Gegebenes System: Y, X

Gesuchtes System: y, x

⑧ a = + 0,976922 (6)

⑧ σ = + 0,222879 (6)

$y_n = y_{n-1} + a \cdot \Delta Y_n + o \cdot \Delta X_n$

$x_n = x_{n-1} - \sigma \cdot \Delta Y_n + a \cdot \Delta X_n$

$S^2 = (Y_e - Y_a)^2 + (X_e - X_a)^2$

$S^2 =$ ⑦ 1619,69

$a = \frac{r_{e_2}}{S^2}$ $\sigma = \frac{r_{r_2}}{S^2}$

$r_{e_2} = (y_e - y_a)(Y_e - Y_a) + (x_e - x_a)(X_e - X_a)$

$r_{r_2} = (y_e - y_a)(X_e - X_a) - (x_e - x_a)(Y_e - Y_a)$

⑧ Zur Berechnung von a und σ mit der Doppelmaschine.

1.

	!$y_e - y_a$! (4)
$Y_e - Y_a$ (2)	$X_e - X_a$ (2)
„r_{e_1}" (6)	„r_{r_1}" (6)

2.

	!$x_e - x_a$! (4)
$X_e - X_a$ (2)	⊖ $Y_e - Y_a$ (2)
r_{e_1} „r_{e_2}" (6)	r_{r_1} „r_{r_2}" (6)

3.

„a" (6)	„σ" (6)
S^2 (0)	S^2 (0)
r_{e_2} !Null! (6)	r_{r_3} !Null! (6)

⑨ Probe:

$a(Y_e - Y_a) + \sigma(X_e - X_a) = y_e - y_a$

Umformung der Koordinaten für seitwärts gelegene Kleinpunkte.

Bedingung: $x_e - x_a = S$

$y_a = y_e$

$S = \sqrt{(Y_e - Y_a)^2 + (X_e - X_a)^2}$

$a = \frac{X_e - X_a}{S}$; $\sigma = -\frac{Y_e - Y_a}{S}$

Probe:

$a \cdot [\Delta Y_n] + o \cdot [X_n] = \text{Null}$

Die Vorzeichen für den Lauf der Maschinen sind vor der Koordinatenrechnung über den Spalten für die Ergebnisse einzutragen, falls nicht nach dem Kastenschema gerechnet wird

	ΔY_n ΔX_n	ℓ	r
a+ σ+	+ +	+ / +	− / +
	+ −	+ / −	− / −
	− −	− / −	+ / −
	− +	− / +	+ / +

	ΔY_n ΔX_n	ℓ	r
a+ σ−	+ +	+ / −	+ / +
	+ −	+ / +	+ / −
	− −	− / +	− / −
	− +	− / −	− / +

	ΔY_n ΔX_n	ℓ	r
a− σ−	+ +	− / −	+ / −
	+ −	− / +	+ / +
	− −	+ / +	− / +
	− +	+ / −	− / −

	ΔY_n ΔX_n	ℓ	r
a− σ+	+ +	− / +	− / −
	+ −	− / −	− / +
	− −	+ / −	+ / +
	− +	+ / +	+ / −

Vordruck VII

Streckenzug. (mit Doppelmaschine.)

I	„Σs_n"	0,0 ! s_n !	II 1.)		0,0 ! $\sin(t_n+50^g)$!	II 2.)		0,0 ! $\cos(t_n+50^g)$!
	$\sin t_n$	$\cos t_n$		s'_n	s_n		− s'_n	s'_n
	y_a „Y_n"	x_a „X_n"		y_a „r_ℓ"	x_a „r_r"		r_ℓ „Y_n"	r_r „X_n"

Punkt-bez.	t_n / t_n+50^g / β_n — $t_a+\Sigma\beta_n$ / f_β	$\sin t_n$ / s_n / $\cos t_n$ — cos− sin+ / sin+ cos+ / sin− cos+ / cos− sin−	$\sin(t_n+50^g)$ / s_n / $\cos(t_n+50^g)$	u_n / Y_n / y_n — m / f_y	v_n / X_n / x_n — n / f_x
1 ⊙43	3 397 80 74	Zug Nr.			
1 (a)	7 + 58			4	4
⊙42	2 104 77 13			63 072 30	77 239 82
8	352	− 0,99918 9	− 0,67783 12	10 16 +6	10 15 +6
	302 58 45	5 233, 22	13 164, 912	62 839 27	77 249 28
1	7 + 58	+ 0,04058 9	+ 0,73522 12	16 62 839 33	16 77 249 34
⊙92	2 221 95 68				
8	374	− 0,92658 9	− 0,38925 12	10 15 +7	10 15 +8
	324 54 71	5 69 34	13 49 031	62 775 02	77 275 36
1	7 + 58	+ 0,37610 9	+ 0,92113 12	16 62 775 09	16 77 275 44
⊙93	2 174 79 48				
8	349	− 0,99995 9	− 0,71431 12	10 15 +10	10 15 +11
	299 34 77	5 112 65	13 79 656	62 662 38	77 274 21
1	7 + 58	− 0,01025 9	+ 0,69982 12	16 62 662 48	16 77 274 32
⊙94	2 257 30 93				
8	6	− 0,62937 9	+ 0,10447 12	10 15 +13	10 15 +14
	356 66 28	5 133 43	13 94 350	62 578 40	77 377 90
1 (e)	7 + 57	+ 0,77711 9	+ 0,99453 12	4	4
⊙77	2 138 54 50			62 578 53	77 378 04
	6			11 f_y = +0,13	f_x = +0,14
t'_e =	1295 18 46	548 64		m = − 493 90	n = + 138 08
Soll	295 21 35				
1 ⊙76	f_β + 2 89				
Erl.	f_N 6 47				
6					

a) $t'_e = t_a + \Sigma\beta_n$; $f_\beta = t_e - t'_e$

b) $\sin t_n$ (5) ; $\cos t_n$ (5)

c) $\sin(t_n+50^g)$ (5) ; $\cos(t_n+50^g)$ (5)

d) $s' = 0{,}70711\,s$ (3)

e) $Y_1 = y_a + s_1 \sin t_1$; $Y_2 = Y_1 + s_2 \sin t_2$; …

(I) $X_1 = x_a + s_1 \cos t_1$; $X_2 = X_1 + s_2 \cos t_2$; …

f) Σs

g) Probe(II):

$$Y_1 = y_a + s'_1 \sin(t_1+50^g) - s'_1 \cos(t_1+50^g)$$
$$Y_2 = Y_1 + s'_2 \sin(t_2+50^g) - s'_2 \cos(t_2+50^g)$$

. . . . .

$$X_1 = x_a + s'_1 \sin(t_1+50^g) + s'_1 \cos(t_1+50^g)$$
$$X_2 = X_1 + s'_2 \sin(t_2+50^g) + s'_2 \cos(t_2+50^g)$$

. . . . .

h) $m = Y_e - y_a$; $n = X_e - x_a$

i) $f_y = y_e - Y_e$; $f_x = x_e - X_e$

k) Koordinatenverb. (Rechenschieber)

$$u_1 = \frac{f_y}{\Sigma s} s_1 \quad ; \quad v_1 = \frac{f_x}{\Sigma s} s_1 ; \cdots$$

l) $y_1 = Y_1 + u_1$; $x_1 = X_1 + v_1$; …

m) Fehlerberechnung:

$S = \sqrt{m^2 + n^2} = 513$ 17 (0)

$L = \frac{f_y \cdot m + f_x \cdot n}{S} = 0{,}088$ 17 (3)

erlaubt: II 0,31

$W = \frac{f_y \cdot n - f_x \cdot m}{S} = 0{,}170$ 17 (3)

erlaubt: 0,19

n) Probe:

$f_y^2 + f_x^2 = L^2 + W^2$

$13^2 + 14^2 \approx 8{,}8^2 + 17^2$

17 $365 \approx 366{,}4$

Zulässige Fehler (H=Haupt-, N=Nebenzüge)

Erl. Querfehler $\Delta w = W[s_n] + 0{,}05$

n	$f_H{}^g$	$f_N{}^g$	$1000\,W_H$	$1000\,W_N$
2	2,83	4,83	0,21	0,23
3	3,46	5,46	0,21	0,23
4	4,00	6,00	0,22	0,24
5	4,47	6,47	0,23	0,25
6	4,90	6,90	0,24	0,27
7	5,29	7,29	0,26	0,28
8	5,66	7,66	0,27	0,30
9	6,00	8,00	0,28	0,31
10	6,32	8,32	0,29	0,32
11	6,63	8,63	0,31	0,34

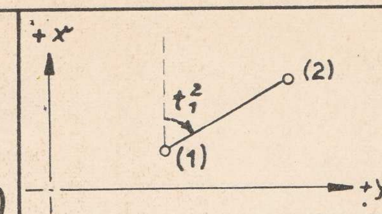
Erl. Längsfehler Δl

$[s_n]$	I	II	III	$[s_n]$	I	II	III
100	10	12	13	860	37	44	51
120	11	12	14	900	38	46	53
140	12	13	15	940	39	47	55
160	12	14	16	980	41	49	57
180	13	15	18	1020	42	50	59
200	14	16	19	1060	43	52	60
220	15	17	20	1100	45	53	62
240	15	18	21	1140	46	55	64
260	16	19	22	1180	47	57	66
280	17	20	23	1220	49	58	68
300	17	21	24	1260	50	60	70
340	19	22	26	1300	51	61	71
380	20	24	28	1340	53	63	73
420	22	26	30	1380	54	64	75
460	23	28	32	1420	55	66	77
500	24	29	34	1460	56	68	79
540	26	31	36	1500	58	69	80
580	27	33	38	1540	59	71	82
620	29	34	40	1580	60	72	84
660	30	36	42	1620	62	74	86
700	31	37	44	1660	63	75	88
740	33	39	45	1700	64	77	89
780	34	41	47	1740	66	78	91
820	35	42	49	1780	67	80	93

Vordruck: VIII

Richtungswinkel aus Koordinaten

(Brunsviga Doppel 13Z)



y_1	64 466,76	x_1	76 307,34
y_2	65 113,54	x_2	79 503,15
∢ t_1^2	12^g, 7124	tg t_1^2	+ 0, 202383
		ctg t_1^2	+ 4, 941127

$y_1 < y_2$	tg t_1^2	+	num. tg
	tg t_1^2	−	num. ctg + 100^g
$y_1 > y_2$	tg t_1^2	+	num. tg + 200^g
	tg t_1^2	−	num. tg + 300^g

I. IV (Probe)	„tg t_1^2" (6)
x_1 (2)	x_2 (2)
y_2 !r_1! (8)	y_1 !r_1! (8)

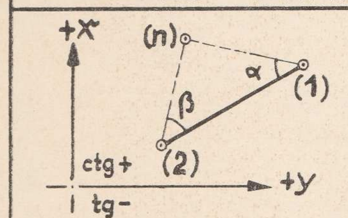
I. R-Werke gleichkurbeln

II (Probe) III.	!ctg t_1^2! (6)
y_1 (2)	y_2 (2)
x_2 „r_2" (8)	x_1 „r_2" (8)

III. R-Werke gleichkurbeln.

Probe (Rechengang II bzw. IV): ctg- (bzw. tg-) Wert aus einer Tafel entnehmen und in das Z-Werk einkurbeln. R-Werke müssen danach gleiche Ergebnisse zeigen.
Rechengang III und IV unter Vertauschen der !!- und „"-Zeichen, wenn $x_1 \approx x_2$. Gleiche Ziffern von links abwerfen.

Vordruck: IX Vorwärtsabschneiden mit Dreieckswinkeln (Brunsviga Doppel 13Z)



Gegeben: y_1, x_1; y_2, x_2; α, β

Gesucht: y_n, x_n

Wenn y_1 und y_2 Null sind, dann nur Rechengang II. In diesem Falle ist $y_n = z_2$ und $x_n = r_2$

α	33^g, 79 30
β	100^g, 37 70
ctg α	+ 1, 703525
ctg β	− 0, 005922

y_1	− 5 148,99	x_1	+ 15 091,94
y_2	− 7 257,43	x_2	+ 16 690,82
r_1	− 7 264,79	z_1	+ 1 242,01
z_2	+ 941,85	r_2	+ 16 696,40
$r_1 + z_2 = y_n$	− 6 322,94	$z_1 + r_2 = x_n$	+ 17 938,41

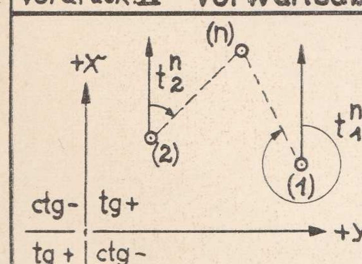
R-Werke gleichkurb.

I.	„Z_1" (2)
⊖ ctg α (6)	ctg β (6)
y_1„!r_1!" (8)	y_2„!r_1!" (8)

II.	„Z_2" (2)
ctg α (6)	⊖ ctg β (6)
x_1„!r_2!" (8)	x_2„!r_2!" (8)

Zur Probe kann man (1) über $\overline{(2)(n)}$ oder (2) über $\overline{(1)(n)}$ berechnen.

Vordruck: X Vorwärtsabschneiden mit Richtungswinkeln (Brunsviga Doppel 13Z)



Gegeben: y_1, x_1; y_2, x_2; t_1^n, t_2^n

Gesucht: y_n, x_n

t_1^n	70^g 44 80
t_2^n	116^g 76 60
tg t_1^n	+ 1 997232
tg t_2^n	− 3 70889

y_1	+ 4 196 30	x_1	−27 284 33
y_2	+ 4 466 76	x_2	−26 307 34
y_n	+ 5 559 27	x_n	−26 601 90

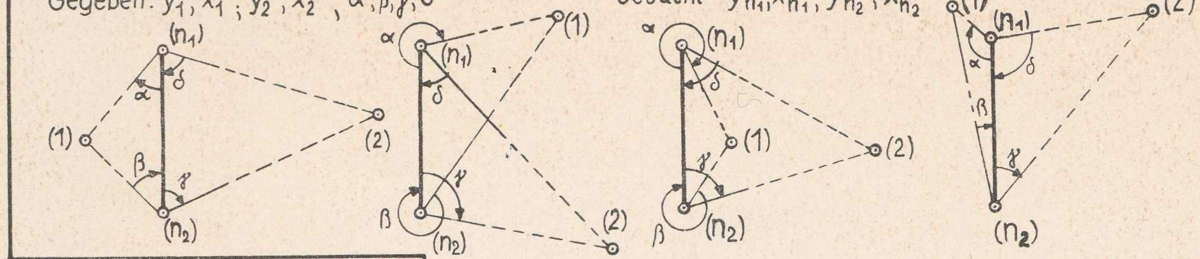
1.) ○↑	x_1 !x_2! (2)
tg t_2^n (6)	tg t_1^n (6)
y_2 (8)	y_1 „r_r" (8)

2.)	x_2 „x_n" (2)
tg t_2^n (6)	tg t_1^n (6)
y_2„!y_n!" (8)	r_r„!y_n!" (8)

Nach Einstellen der offenen Werte 1.) bei abgeschalt. linker Maschine x_1 in x_2 umkurbeln, dann 2.) R-Werke gleichkurbeln.

Vordruck: XIa Bestimmung eines Punktpaares (Hansensche Aufgabe) (Brunsviga Doppel 13 Z)

Gegeben: $y_1, x_1; y_2, x_2, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ Gesucht: $y_{n_1}, x_{n_1}, y_{n_2}, x_{n_2}$



	g	c	cc	±	ctg
α	293	51	90	+	0,102156
β	368	35	20	-	1,843059
γ	104	97	70	-	0,078338
δ	43	70	40	+	1,220301

I.

	0,0 „z_1" (2)
ctg α (6)	⊖ ctg β (6)
1000 „!r_1!" (8)	0,0 „!r_1!" (8)

II.

	0,0 „z_2" (2)
ctg γ (6)	⊖ ctg δ (6)
0,0 „!r_2!" (8)	1000 „!r_2!" (8)

R-Werke gleichkurbeln.

y_2	+	65048	72	x_2	+	85261	79	z_2	+	875	69	r_2	-	68	60
y_1	+	64201	27	x_1	+	84734	08	z_1	+	574	41	r_1	+	1058	87
$A=y_2-y_1$	+	847	45	$B=x_2-x_1$	+	527	11	$C=z_2-z_1$	+	301	28	$D=r_2-r_1$	-	1127	27

III. $E = C^2 + D^2 = \underline{1361507}$ (0)

IV 1). $F = \dfrac{A(4) \cdot C(2) + B(4) \cdot D(2)}{E(0)} = \underline{-0{,}248897}$ (6)

IV 2). $G = \dfrac{A(4) \cdot D(2) - B(4) \cdot C(2)}{E(0)} = \underline{-0{,}818294}$ (6)

V. $y_{n_2} = y_1 - F \cdot z_1 - G \cdot r_1 = \underline{\underline{65210{,}54}}$

VI. $y_{n_1} = y_{n_2} + 1000\,G = \underline{\underline{64\,392{,}25}}$

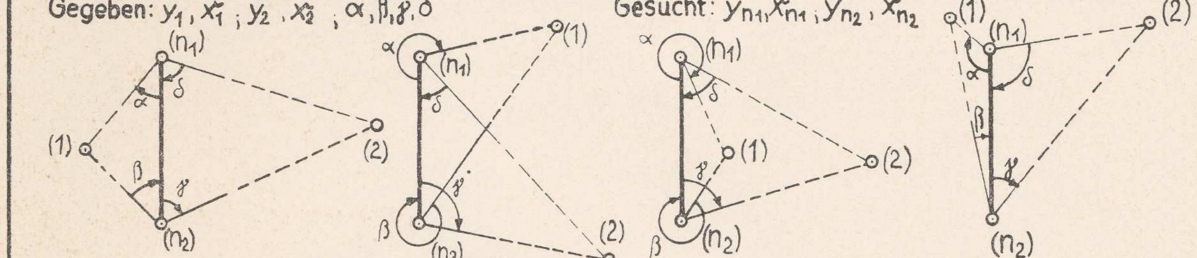
V. $x_{n_2} = x_1 + G \cdot z_1 - F \cdot r_1 = \underline{\underline{84\,527{,}54}}$

VI. $x_{n_1} = x_{n_2} + 1000\,F = \underline{\underline{84\,278{,}65}}$

Zu Rechengang VI.:
y_{n_1} und x_{n_1} ermittelt man aus y_{n_2} und x_{n_2} durch eine einzige Kurbelumdrehung in der, z = 1000 entsprechenden Schlittenstellung, da G und F aus Rechengang V noch in den E-Werken stehen.

Vordruck: XIb Bestimmung eines Punktpaares (Hansensche Aufgabe) (Brunsviga Doppel 13 Z)

Gegeben: $y_1, x_1; y_2, x_2, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ Gesucht: $y_{n_1}, x_{n_1}, y_{n_2}, x_{n_2}$



	g	c	cc	±	ctg
α	293	51	90	+	0,102156
β	368	35	20	-	1,843059
γ	104	97	70	-	0,078338
δ	43	70	40	+	1,220301

y_1	+	64 201	27	x_1	+	84 734	08
y_2	+	65 048	72	x_2	+	85 261	19
$A=y_1-y_2$	-	847	45	$B=x_1-x_2$	-	527	11
z	-	344	04	r	+	1287	31
C	-	217	96	D	-	716	56
$E=y_2-C$	+	65 266	68	$F=x_2+D$	+	84 544	63

III. $C = \dfrac{z(4) \cdot A(2) + r(4) \cdot B(2)}{G(0)} \cdot 1000$ III. $D = \dfrac{r(4) \cdot A(2) - z(4) \cdot B(2)}{G(0)} \cdot 1000$

I.

	⊖ 1000 „z" (2)
ctg α (6)	⊖ ctg β (6)
1000 ctg δ „!r!" (8)	⊖1000 ctg γ „!r!" (8)

II. $G = z^2 + r^2 = \underline{1775531}$ (0)

IV 1).

	0,0 1) !ctg δ! 2) !Null! (6)
D (2)	C (2)
E 1) „y_{n_1}" 2) „E" (8)	F 1) „x_{n_1}" 2) „E" (8)

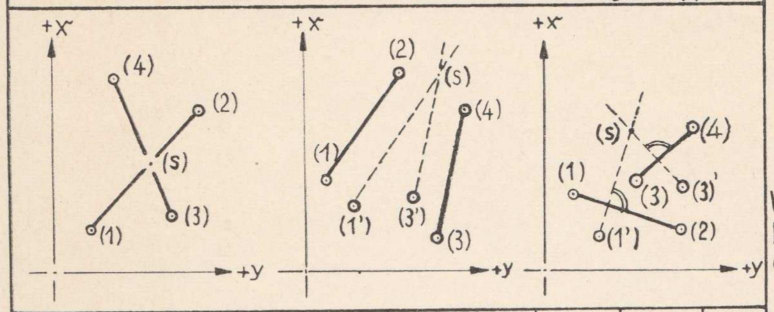
IV 2).

	!⊖ctg γ! (6)
D (2)	C (2)
E „y_{n_2}" (8)	F „x_{n_2}" (8)

$y_{n_1} = \underline{64392{,}26}$ $x_{n_1} = \underline{84278{,}65}$ $y_{n_2} = \underline{65210{,}55}$ $x_{n_2} = \underline{84527{,}56}$

Rechnung nach Vorschlag Roesler.

Vordruck: XII Schnitt zweier Geraden (Brunsviga Doppel 13Z)



y_1	−	29	10	x_1	−	20	47
y_2	+	38	24	x_2	+	40	11
$A = y_1 - y_2$	−	67	34	$B = x_1 - x_2$	−	60	58
y_3	+	75	32	x_3	−	13	45
y_4	−	49	01	x_4	+	79	97
$C = y_3 - y_4$	+	124	33	$D = x_3 - x_4$	−	93	42
$a = \frac{A}{B}$	+ 1,	111 588		$b = \frac{C}{D}$	−	1,	330871
y_s	+	22	67	x_s	+	26	11

Für das Gleichkurbeln bei Schnitten mit Parallelen.

y_1'				x_1'			
y_3'				x_3'			

Für das Gleichkurbeln bei Schnitten mit Senkrechten.

y_1'				x_1'			
y_3'				x_3'			
$a' = -\frac{B}{A}$				$b' = -\frac{D}{C}$			

1.)	0 ↑		
		x_3 !x_1!	(2)
a	(6)	b	(6)
y_1	(8)	y_3 „r_1"	(8)

2.)			
		x_1 „x_s"	(2)
a	(6)	b	(6)
y_1 „!y_s!"	(8)	r_1 „!y_s!"	(8)

Nach Einstellen der offenen Werte 1.) bei abgeschalt. linker Maschine x_3 in x_1 umkurbeln, dann 2.) R-Werke gleichkurbeln.

Probe:

1.)			
		x_s !x_2!	(2)
a	(6)	b	(6)
y_s „y_2"	(8)	y_s „r_2"	(8)

2.)	0 ↑		
		x_2 !x_4!	(2)
a	(6)	b	(6)
y_2	(8)	r_2 „y_4"	(8)

Probe: a	!a!
x_1	x_2
y_2 „r_3"	y_1 „r_3"

Probe: b	!b!
x_3	x_4
y_4 „r_4"	y_3 „r_4"

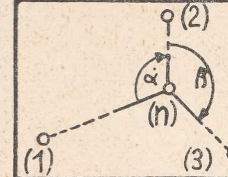
Probe: a'	!⊖a'!
y_1	y_2
x_2 „r_5"	x_1 „r_5"

Probe: b'	!⊖b'!
y_3	y_4
x_4 „r_6"	x_3 „r_6"

I. Probe: y_s, x_s	„a bezw. a'"
x_s	x_1'
y_1' !r_7!	y_s !r_7!

II. Probe: y_s, x_s	„b bezw. b'"
x_s	x_3'
y_3' !r_8!	y_s !r_8!

Vordruck: XIII Rückwärtseinschneiden mit Brunsv. Dopp. 13Z



Gegeben: y_1, x_1; y_2, x_2; y_3, x_3; α, β
Gesucht: y_n, x_n

(ctg −) tg −	(tg +) ctg +
(tg +) ctg +	(ctg −) tg −

(+x nach oben, +y nach rechts)

y_1	−5	900	25	x_1	+12	049	66
y_2	−1	170	89	x_2	+15	811	26
y_3	−2	550	74	x_3	+9	857	62
$y_1 - y_2 = B$	−4	729	36	$x_1 - x_2 = A$	−3	761	60
$y_2 - y_3 = D$	+1	379	85	$x_2 - x_3 = C$	+5	953	64
1.) E	−7	613	43	1.) F	+14	203	59
2.) G	+6	536	75	2.) H	+7	751	45
E − G = J	−14	150	18	F − H = K	+6	452	14
L = J/K	−	2	193099 (6)	M = −1/L	+	0	455976 (6)
4.) y_n	−2	886	70	4.) x_n	+12	048	32
$y_3 - y_n$	+.	335	96	$x_3 - x_n$	−2	190	70
$y_1 - y_n$	−3	013	55	$x_1 - x_n$	+	1	34
$\frac{y_3 - y_n}{x_3 - x_n}$	−	0,	153357 (6)	t_n^3	190^g	31	24
$\frac{y_1 - y_n}{x_1 - x_n}$	−		2248,42 (6)	t_n^1	300^g	02	83

α	127^g	20	70
β	163^g	07	70
α + β	290^g	28	40
ctg α	− 0	455438 (6)	
ctg β	− 1	526375 (6)	

I.

	!ctgα! (6)
⊖ A (2)	B (2)
y_1 „E" (8)	x_1 „F" (8)

II

	!ctgβ! (6)
⊖ C (2)	D (2)
y_3 „G" (8)	x_3 „H" (8)

III 1). 0↑

	F !x_2! (2)
M (6)	L (6)
y_2 (8)	E „r_1" (8)

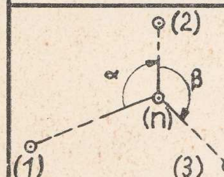
III 2)

	x_2 „x_n" (2)
M (6)	L (6)
y_2 !„y_n"! (8)	r_1 !„y_n"! (8)

Zu III 1). u. 2).: F in x_2 umkurbeln bei abgeschalteter l. Masch., danach R-Werke gleichkurb..

Probe: $t_n^3 - t_n^1 = \alpha + \beta$ (s. ob.) = $290^g,2841$

Vordruck: XIV Rückwärtseinschneiden mit Brunsv. Dopp. 13Z



Gegeben: y_1, x_1; y_2, x_2; y_3, x_3; α, β
Gesucht: y_n, x_n

(ctg −) tg −	tg + ctg +
(tg +) ctg +	ctg − tg −

(+x nach oben, +y nach rechts)

y_1	−5	900	25	x_1	+12	049	66
y_2	−1	170	89	x_2	+15	811	26
y_3	−2	550	74	x_3	+9	857	62
$y_1 - y_2 = B$	−4	729	36	$x_1 - x_2 = A$	−3	761	60
$y_2 - y_3 = D$	+1	379	85	$x_2 - x_3 = C$	+5	953	64
I E	−7	613	43	I F	+14	203	59
VI y_n	−2	886	70	VI x_n	+12	048	32
$y_3 - y_n = G$	+	335	96	$x_3 - x_n = H$	−2	190	70
$y_1 - y_n = J$	−3	013	55	$x_1 - x_n = K$	+	1	34
G : H = L	−	0,	153357 (6)	num. tg = L^g	190^g	31	24
J : K = M	−	22	48,9179 (6)	num. tg = M^g	300^g	02	83
Probe: $L^g - M^g = \alpha + \beta$				(s. oben)	290^g	28	41

α	127^g	20	70
β	163^g	07	70
α + β	290^g	28	40
ctg α	− 0	455438 (6)	
ctg β	− 1	526375 (6)	

I 1).

	!ctgα! (6)
⊖ A (2)	B (2)
y_1 „E" (8)	x_1 „F" (8)

2).

	!ctgβ! (6)
C (2)	⊖ D (2)
E „r_{l1}" (8)	F „r_{r1}" (8)

3).

	!−1,0! (6)
y_3 (2)	x_3 (2)
r_{l1} „r_{l2}" (8)	r_{r1} „r_{r2}" (8)

4).	5).
„z_3" (6)	„z_4" (6)
⊖ r_{r2} (2)	r_{l2} (2)
r_{l2} !Null!	r_{r2} !Null!

II 1). 0↑

	F !x_2! (2)
z_4 (6)	z_3 (6)
y_2 (8)	E „r_{r3}" (8)

2).

	x_2 „x_n" (2)
z_4 (6)	z_3 (6)
y_2 !„y_n"! (8)	r_{r3} !„y_n"! (8)

Zu I 4). und 5).: Zuerst das linke R-Werk auf Null kurbeln, dann das rechte bei abgeschalteter link. Masch.

Zu II 1). und 2).: F in x_2 umkurbeln bei abgeschalteter linker Maschine, danach R-Werke gleichkurbeln.